1　合同(1)

攻略法１

★　*まず，合同条件をきちんと暗記しよう！*

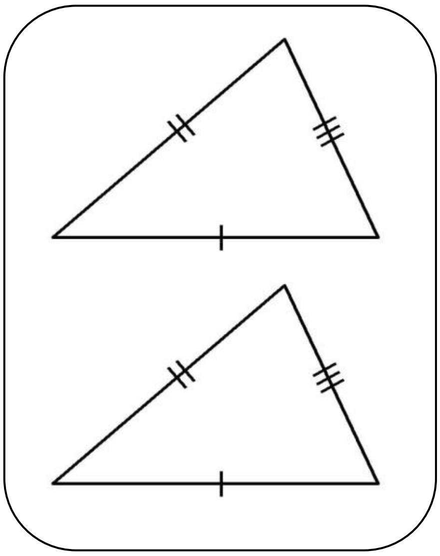
①　３組の辺がそれぞれ等しい。

②　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

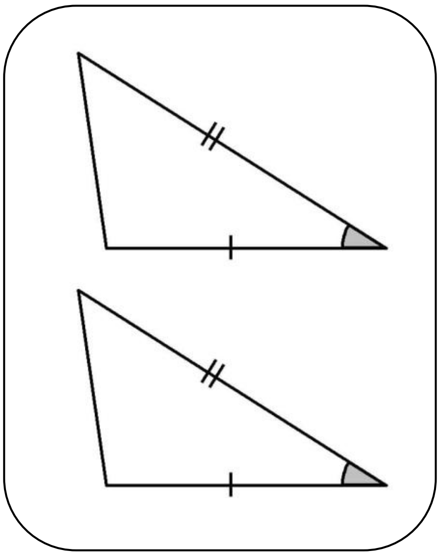
③　１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

（合同条件は教科書によって表現が少し異なります。教科書どおりに覚えていれば，これを暗記する必要はありません。）

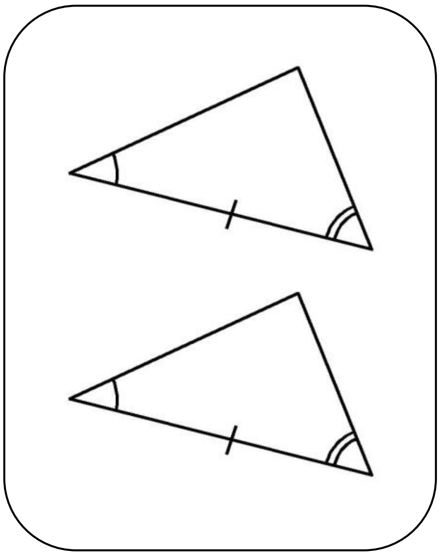
①



②

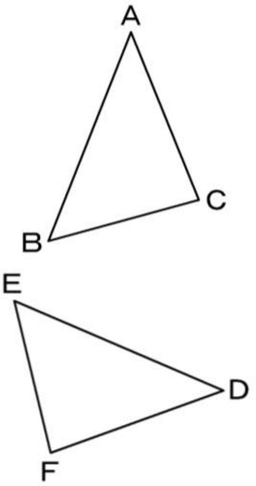


③



攻略法２

　①②③　　①②③
△ABC≡△DEFならば，アルファベット順に対応している。



角

　②①③　　②①③
∠BAC＝∠EDF
　①③②　　①③②
∠ACB＝∠DFE
　①②③　　①②③
∠ABC＝∠DEF

辺

①②　①②
AB＝DE
①③　①③
AC＝DF
②③　②③
BC＝EF

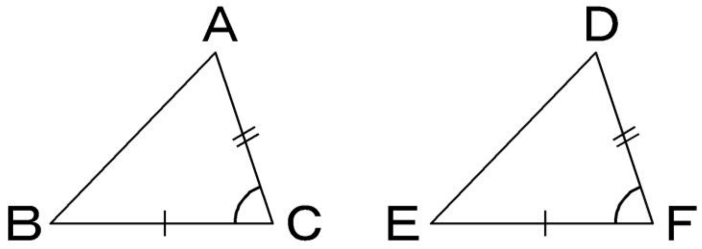
1 合 同(2)「部分証明」

攻略法３

部分証明ならば，対応順に書けばＯＫ！

実践問題1

下の図の△ABCと△DEFで，同じ印をつけた辺や角が等しいとき，AB＝DEである。これを次のように証明した。
[　　]をうめなさい。



〔証明〕

△ABCと [△ＤＥＦ] で，

仮定より，BC＝ [ＥＦ] ……①

仮定より，CA＝ [ＦＤ] ……②

仮定より，∠C＝ [∠Ｆ] ……③

①，②，③より，

[２組の辺とその間の角] がそれぞれ等しいから，

△ABC≡ [△ＤＥＦ]

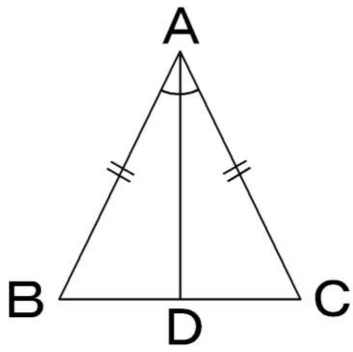
合同な三角形の対応する [辺] は等しいから，

AB＝ [ＤＥ]

1　合 同 (3) 「部分証明」

実践問題2

右の図の△ABCで，AB＝AC，∠BAD＝∠CADならば，BD＝CDである。これを証明しなさい。



〔証明〕

△DBAと $\boxed{\text{△DCA}}$ で，

仮定より，AB＝ $\boxed{\text{AC}}$ ……①

仮定より，∠BAD＝ $\boxed{\text{∠CAD}}$ ……②

共通だから，AD＝ $\boxed{\text{AD}}$ ……③

①，②，③より，

$\boxed{\text{2組の辺とその間の角}}$ がそれぞれ等しいから，

△DBA≡ $\boxed{\text{△DCA}}$

合同な三角形の対応する $\boxed{\text{辺}}$ は等しいから，

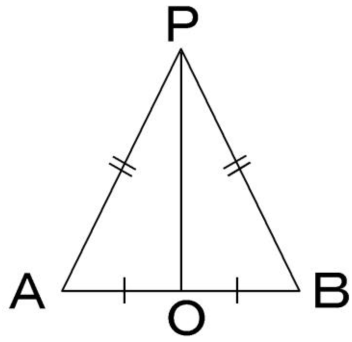
BD＝ $\boxed{\text{CD}}$

1　合 同（4）「部分証明」

※　「中点」という言葉があったら等しい辺があるぞ！

実践問題3

　右の図でOは線分ABの中点で，AP＝BPである。∠AOP＝∠BOPであることを証明しなさい。



〔証明〕

△AOPと $\boxed{\text{△BOP}}$ で，

仮定より，AO＝ $\boxed{\text{BO}}$ ……①

仮定より，AP＝ $\boxed{\text{BP}}$ ……②

$\boxed{\text{共通}}$ だから，PO＝ $\boxed{\text{PO}}$ ……③

①，②，③より，

$\boxed{\text{3組の辺}}$ がそれぞれ等しいから，

△AOP≡ $\boxed{\text{△BOP}}$

合同な三角形の対応する $\boxed{\text{角}}$ は等しいから，

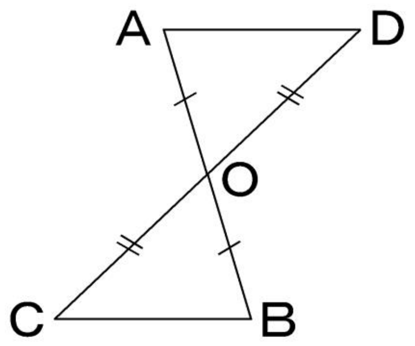
∠AOP＝ $\boxed{\text{∠BOP}}$

1 合 同（5）「部分証明」

※ ⋈ 〔リボン〕には対頂角があるぞ！

実践問題4

右の図で，AO＝BO，CO＝DOならば，AD＝BCである。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△ADOと△BCOで，

仮定より，AO＝ $\boxed{\text{BO}}$ …①

DO＝ $\boxed{\text{CO}}$ …②

$\boxed{\text{対頂}}$ 角は等しいから，

∠AOD＝ $\boxed{\angle\text{BOC}}$ …③

$\boxed{\text{２組の辺とその間の角}}$ がそれぞれ等しいから，

①，②，③より，

△ADO≡ $\boxed{\triangle\text{BCO}}$

合同な三角形の対応する $\boxed{\text{辺}}$ は等しいから，

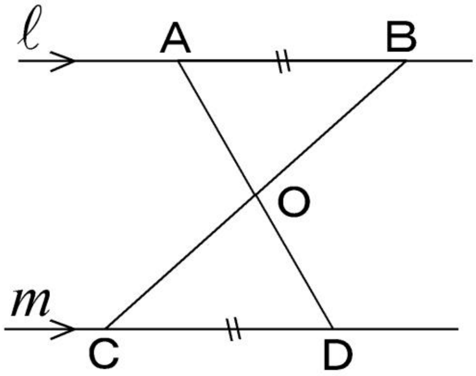
AD＝ $\boxed{\text{BC}}$

1　合 同（6）「部分証明」

※　「平行」だったら錯角・同位角が等しいぞ！

実践問題5

右の図で，$\ell // m$，AB＝CDのとき，AO＝DOであることを，次の　　　をうめて証明しなさい。



〔仮定〕　$\ell // m$，AB＝CD

〔結論〕　AO＝DO

〔証明〕

△AOBと△DOCで，

仮定から，AB＝DC・・・・・①

仮定から，$\ell // m$ で，平行線の $\boxed{\text{錯角}}$ は等しいから，

∠BAO＝ $\boxed{\angle \text{CDO}}$ ・・・・・②

∠ABO＝ $\boxed{\angle \text{DCO}}$ ・・・・・③

①，②，③より，

$\boxed{\text{１組の辺とその両端の角}}$ がそれぞれ等しいから，

△AOB≡△DOC

合同な三角形の $\boxed{\text{対応する辺}}$ は等しいから，

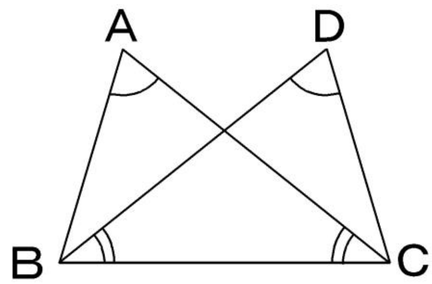
AO＝DO

1　合 同（7）「部分証明」

※　三角形の２つの角が等しければ残りの角も等しいぞ！

実践問題6

右の図で，∠BAC＝∠CDB，∠ACB＝∠DBCならば，AC＝DBである。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△ACBと△DBCで，

共通だから，BC＝ **ＣＢ** ……①

三角形の内角の和は 180°だから，

∠ABC＝180°－∠BAC－∠ACB……②

∠DCB＝180°－∠CDB－ **∠ＤＢＣ** ……③

仮定より，∠BAC＝ **∠ＣＤＢ** ……④

仮定より，∠ACB＝ **∠ＤＢＣ** ……⑤

②，③，④，⑤から，

∠ABC＝ **∠ＤＣＢ** ……⑥

①，⑤，⑥から，

１組の辺とその両端の角 がそれぞれ等しいから，

△ACB≡△DBC

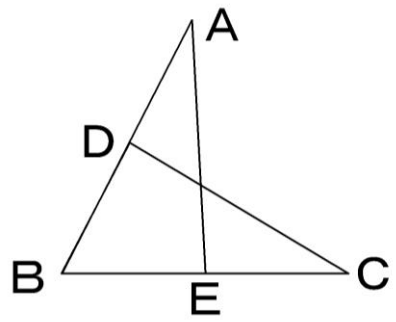
合同な三角形の対応する辺は等しいから，

AC＝ **ＤＢ**

1　合　同 (8)「完全証明」

※　必ず仮定は２つある。あと１つを見つければＯＫ！

例題1　右の図でAB＝CB，∠A＝∠Cならば，AE＝CDである。これについて，次の問いに答えなさい。



（1）　仮定と結論を式で表しなさい。

〔仮定〕　ＡＢ＝ＣＢ　　，　∠Ａ＝∠Ｃ

〔結論〕　ＡＥ＝ＣＤ

（2）　結論を導くためには，どの2つの三角形が合同であることを導けばよいか。

△ＡＢＥと△ＣＢＤ

（3）　AD＝CDとなることを証明しなさい。

〔証明〕

△ＡＢＥと△ＣＢＤにおいて，

仮定より，ＡＢ＝ＣＢ　…①

仮定より，∠Ａ＝∠Ｃ　…②

共通だから，∠Ｂ＝∠Ｂ　…③

①，②，③より，

１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

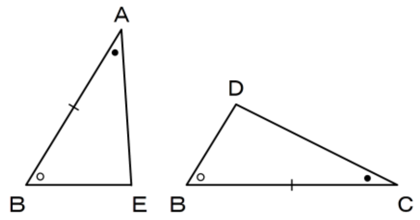
△ＡＢＥ≡△ＣＢＤ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，

ＡＥ＝ＣＤ

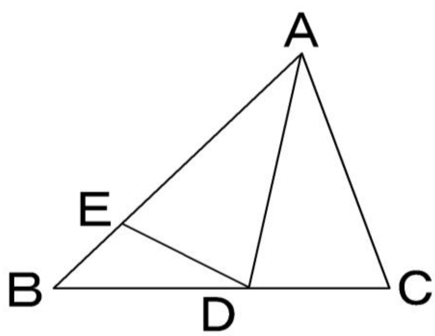
◆図をかいて確認しよう！

（例）



実践問題1

右の図で，AE＝AC，∠EAD＝∠CADならば，ED＝CDである。このことを証明しなさい。



〔証明〕

△ＥＤＡと△ＣＤＡにおいて，

仮定より，ＡＥ＝ＡＣ　…①

仮定より，∠ＥＡＤ＝∠ＣＡＤ　…②

共通だから，ＡＤ＝ＡＤ　…③

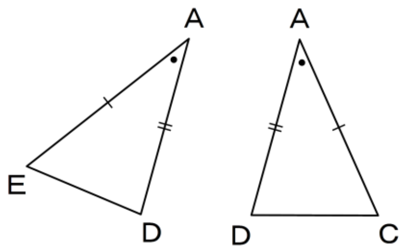
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ＥＤＡ≡△ＣＤＡ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，

ＥＤ＝ＣＤ

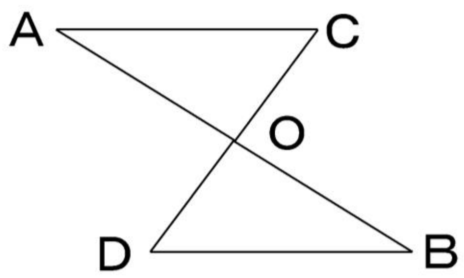
◆図をかいて確認しよう！



1　合　同（9）「完全証明」

※　リボンに注意！

例題2　右の図で，点Oが線分AB，CDのそれぞれの中点ならば，
AC＝BDである。このことを証明しなさい。

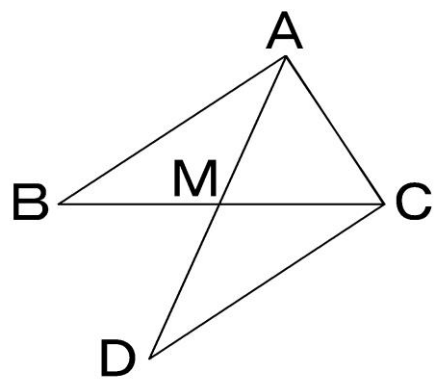


〔証明〕

△ＡＯＣと△ＢＯＤにおいて，
仮定より，ＡＯ＝ＢＯ　…①
仮定より，ＣＯ＝ＤＯ　…②
対頂角だから，∠ＡＯＣ＝∠ＢＯＤ　…③
①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＯＣ≡△ＢＯＤ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＡＣ＝ＢＤ

実践問題2

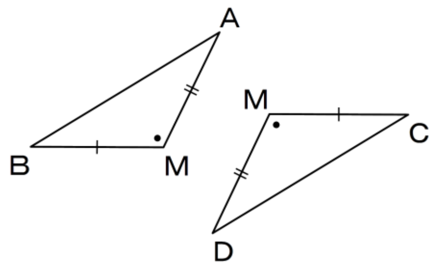
右の図のように，△ABCの辺BCの中点をMとし，AMの延長上にAM＝MDとなるように点Dをとると AB＝DCである。このことを証明しなさい。



〔証明〕

△ＡＢＭと△ＤＣＭにおいて，
仮定より，ＢＭ＝ＣＭ　…①
仮定より，ＡＭ＝ＤＭ　…②
対頂角だから，∠ＡＭＢ＝∠ＤＭＣ　…③
①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＭ≡△ＤＣＭ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＡＢ＝ＤＣ

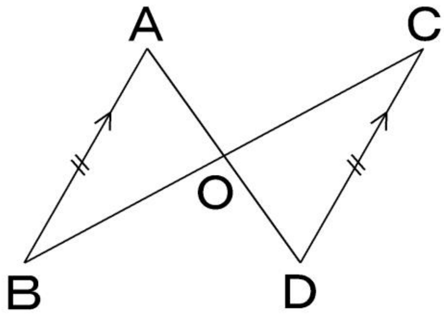
◆図をかいて確認しよう！



1 合 同（10）「完全証明」

※　平行 → 錯角・同位角に注目！

例題3　右の図で，AB//CD，AB＝CDならばAO＝DOである。このことを証明しなさい。

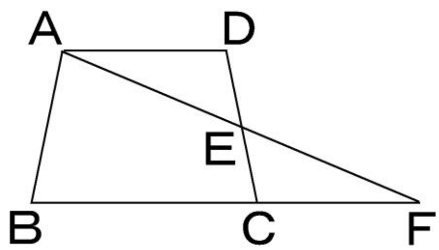


〔証明〕

△ＡＯＢと△ＤＯＣにおいて，
仮定より，ＡＢ＝ＤＣ　…①
ＡＢ//ＣＤで，平行線の錯角は等しいから，
　∠ＯＡＢ＝∠ＯＤＣ　…②
　∠ＯＢＡ＝∠ＯＣＤ　…③
①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　△ＡＯＢ≡△ＤＯＣ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
　ＡＯ＝ＤＯ

実践問題3

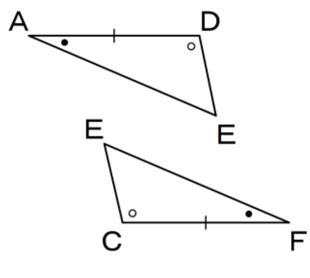
右の図で，AD//BCである台形ABCDにおいて，辺BCの延長上にAD＝FCとなる点Fをとり，AFとCDとの交点をEとするとDE＝CEである。このことを証明しなさい。



〔証明〕

△ＤＥＡと△ＣＥＦにおいて，
仮定より，ＡＤ＝ＦＣ　…①
ＡＤ//ＢＣで，平行線の錯角は等しいから，
　∠ＥＡＤ＝∠ＥＦＣ　…②
　∠ＥＤＡ＝∠ＥＣＦ　…③
①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　△ＤＥＡ≡△ＣＥＦ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
　ＤＥ＝ＣＥ

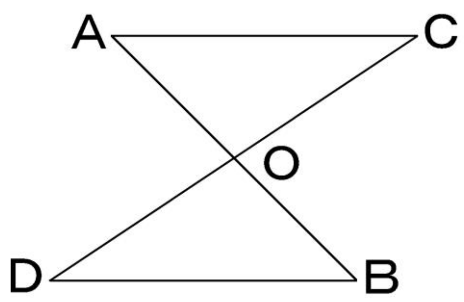
◆図をかいて確認しよう！



1　合　同（11）「完全証明」

※　錯角・同位角が等しい → ２直線は平行！

例題4　右の図で，点Oが線分AB，CDの中点ならばAC//BDである。このことを証明しなさい。

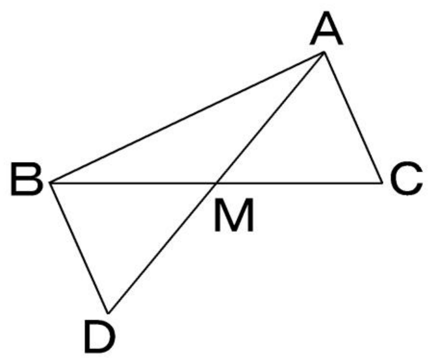


〔証明〕

△ＡＣＯと△ＢＤＯにおいて，
仮定より，ＡＯ＝ＢＯ　…①
仮定より，ＣＯ＝ＤＯ　…②
対頂角だから，∠ＡＯＣ＝∠ＢＯＤ　…③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＣＯ≡△ＢＤＯ
合同な三角形の，対応する角は等しいから，
∠ＡＣＯ＝∠ＢＤＯ
錯角が等しいから，
ＡＣ//ＢＤ

実践問題4

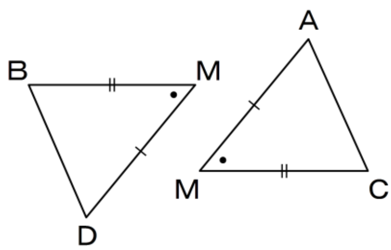
右の図のように，△ABCの辺BCの中点をMとし，線分AMの延長上にAM＝DMとなるような点Dをとると，AC//DBである。このことを証明しなさい。



〔証明〕

△ＡＣＭと△ＤＢＭにおいて，
仮定より，ＡＭ＝ＤＭ　…①
仮定より，ＣＭ＝ＢＭ　…②
対頂角だから，∠ＡＭＣ＝∠ＤＭＢ　…③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＣＭ≡△ＤＢＭ
合同な三角形の，対応する角は等しいから，
∠ＡＣＭ＝∠ＤＢＭ
錯角が等しいから，
ＡＣ//ＤＢ

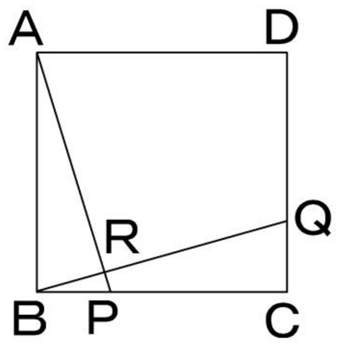
◆図をかいて確認しよう！



1　合　同（12）「完全証明」

※　正方形は辺と角が等しいぞ！

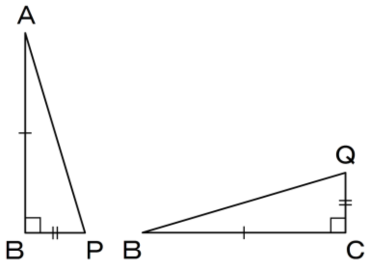
例題5　右の図で，正方形ABCDの辺BC，CD上に，点P，QをBP＝CQとなるようにとる。また，APとBQの交点をRとする。このとき，△ABP≡△BCQを証明しなさい。



〔証明〕

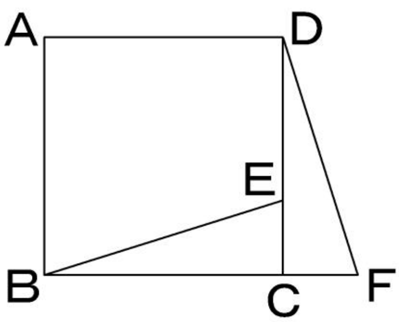
△ＡＢＰと△ＢＣＱにおいて，
正方形ＡＢＣＤから，ＡＢ＝ＢＣ　…①
正方形ＡＢＣＤから，∠ＡＢＰ＝∠ＢＣＱ＝90°　…②
仮定より，ＢＰ＝ＣＱ　…③
①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＰ≡△ＢＣＱ

◆図をかいて確認しよう！



実践問題5

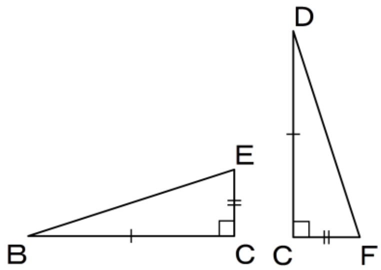
右の図で，正方形ABCDの辺CD上に点Eをとり，辺BCの延長上にCE＝CFとなる点Fをとる。このとき，△BCE≡△DCFを証明しなさい。



〔証明〕

△ＢＣＥと△ＤＣＦにおいて，
正方形ＡＢＣＤから，ＢＣ＝ＤＣ　…①
正方形ＡＢＣＤから，∠ＢＣＥ＝∠ＤＣＦ＝90°　…②
仮定より，ＣＥ＝ＣＦ　…③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＢＣＥ≡△ＤＣＦ

◆図をかいて確認しよう！



2　二等辺三角形の性質（1）

攻略法１

★　*定義，性質をきちんと暗記しよう！*

二等辺三角形の定義

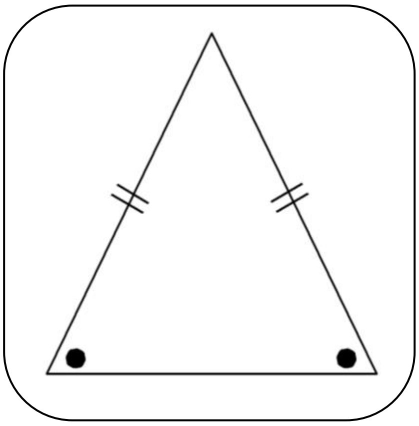
２辺が等しい三角形

二等辺三角形の性質

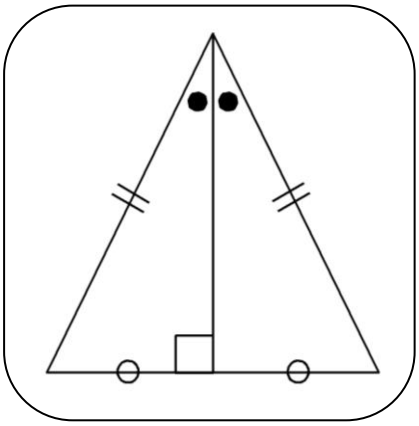
①　二等辺三角形の底角は等しい

②　二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に２等分する。

①



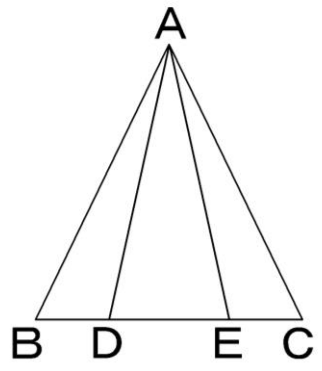
②



2　二等辺三角形の性質（2）「部分証明」

実践問題1

　右の図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形で，BD＝CEである。
このとき，AD＝AEであることを，次の☐をうめて証明しなさい。



〔証明〕

△ADBと△AECにおいて，

仮定より，AB＝ ［ＡＣ］ ・・・・・①

仮定より， ［ＢＤ］ ＝CE・・・・・②

二等辺三角形の ［底角］ は等しいから，∠B＝ ［∠Ｃ］ ・・・・・③

①，②，③より，

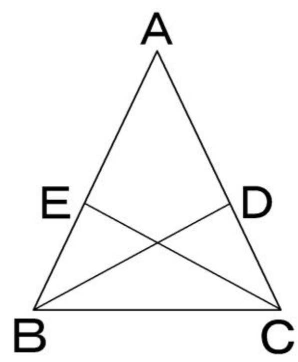
［２組の辺とその間の角］ がそれぞれ等しいから，

△ADB≡△AEC

合同な三角形の対応する辺は等しいから，AD＝AE

実践問題2

　AB＝ACである二等辺三角形で，底角∠B，∠Cの二等分線と辺AC，ABとの交点をそれぞれD，Eとすると，BD＝CEである。これを次のように証明した。☐にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△BDCと△CEBで，

共通だから，BC＝ ［ＣＢ］ ・・・・・①

二等辺三角形の ［底角］ は等しいから，∠DCB＝ ［∠ＥＢＣ］ ・・・・・②

二等辺三角形の底角を2等分した角は等しいから，∠DBC＝ ［∠ＥＣＢ］ ・・・・・③

①，②，③より，

［１組の辺とその両端の角］ がそれぞれ等しいから，

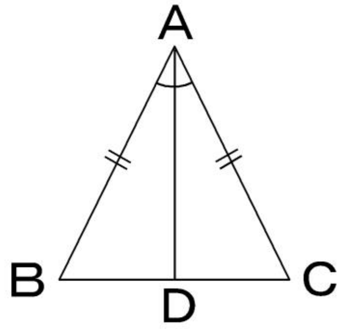
△BDC≡ ［△ＣＥＢ］

合同な三角形の対応する辺は等しいから，BD＝ ［ＣＥ］

2 二等辺三角形の性質（3）「部分証明」

実践問題3

　二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。これを，
AB＝ACである二等辺三角形ABCについて，証明しなさい。



〔証明〕

∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDにおいて，

仮定より，AB＝ AC ・・・・・①

共通 だから，AD＝ AD ・・・・・②

仮定より，∠BAD＝ ∠CAD ・・・・・③

①，②，③より， ２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから，

△ABD≡△ACD

したがって，BD＝ CD ・・・・・④

∠ADB＝ ∠ADC ・・・・・⑤

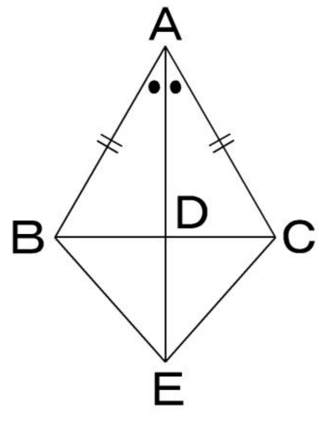
また，∠ADB＋ ∠ADC ＝180°・・・・・⑥

⑤，⑥より，∠ADB＝90°・・・・・⑦

④，⑦より，二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を 垂直 に ２等分 する。

実践問題4

　AB＝ACである二等辺三角形ABCで，頂角∠Aの二等分線と底辺BC
との交点をDとする。ADの延長上の点をEとすると，△BDE≡△CDEで
ある。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△BDEと△CDEで，

共通だから，DE＝ DE ・・・・・①

二等辺三角形の頂角の 二等分線 は，底辺を垂直に2等分するから，

BD＝ CD ・・・・・②

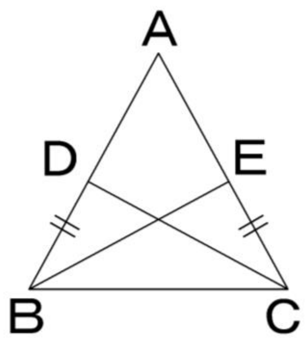
∠BDE ＝ ∠CDE ＝90°・・・・・③

①，②，③から， ２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから，

△BDE≡ △CDE

2　二等辺三角形の性質（4）「完全証明」

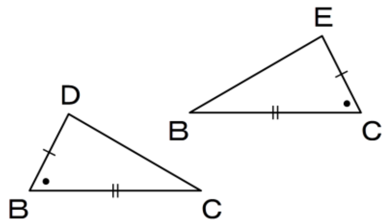
例題1　右の図で，AB＝ACである二等辺三角形ABCの2辺AB，AC上にBD＝CEとなるように2点D，Eをとる。このとき，CD＝BEであることを証明しなさい。



〔証明〕

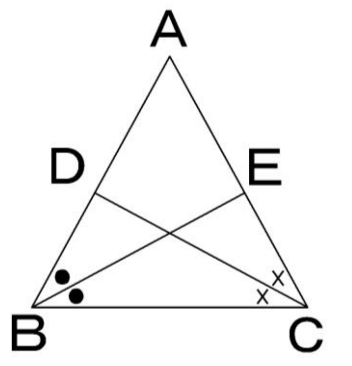
△ＤＢＣと△ＥＣＢにおいて，
仮定より，ＢＤ＝ＣＥ・・・①
共通だから，ＢＣ＝ＣＢ・・・②
二等辺三角形の底角は等しいから，
∠ＤＢＣ＝∠ＥＣＢ・・・③
①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＤＢＣ≡△ＥＣＢ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＣＤ＝ＢＥ

◆図をかいて確認しよう！



実践問題1

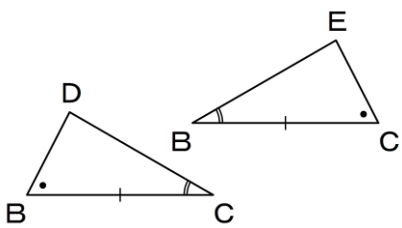
右の図の，AB＝ACである二等辺三角形ABCで，∠B，∠Cの二等分線をひき，辺AB，ACと交わる点をそれぞれD，Eとするとき，CD＝BEであることを証明しなさい。



〔証明〕

△ＤＢＣと△ＥＣＢにおいて，
共通だから，ＢＣ＝ＣＢ・・・①
二等辺三角形の底角は等しいから，
∠ＤＢＣ＝∠ＥＣＢ・・・②
仮定より，$\angle DCB=\frac{1}{2}\angle ECB$・・・③
$\angle EBC=\frac{1}{2}\angle DBC$・・・④
②，③，④より，
∠ＤＣＢ＝∠ＥＢＣ・・・⑤
①，②，⑤より，
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△ＤＢＣ≡△ＥＣＢ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＣＤ＝ＢＥ

◆図をかいて確認しよう！

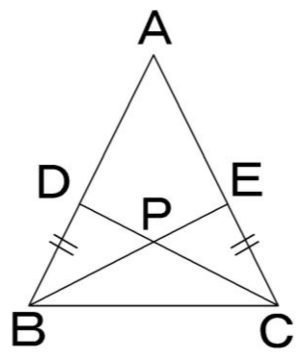


3　二等辺三角形になるための条件(1)「部分証明」

攻略法１

２角が等しい三角形は二等辺三角形だ！

AB＝ACである二等辺三角形ABCで，辺AB，AC上にそれぞれ点D，Eを，BD＝CEとなるようにとる。BEとCDの交点をPとすると，△PBCは二等辺三角形である。これを次のように証明した。□をうめなさい。



〔証明〕

△DBCと $\boxed{△ＥＣＢ}$ で，

仮定より，BD＝ $\boxed{ＣＥ}$ ……①

共通だから，BC＝ $\boxed{ＣＢ}$ ……②

二等辺三角形の底角は等しいから，∠DBC＝ $\boxed{∠ＥＣＢ}$ ……③

①，②，③より，

$\boxed{２組の辺とその間の角}$ がそれぞれ等しいから，

△DBC≡ $\boxed{△ＥＣＢ}$

合同な三角形の対応する角は等しいから，

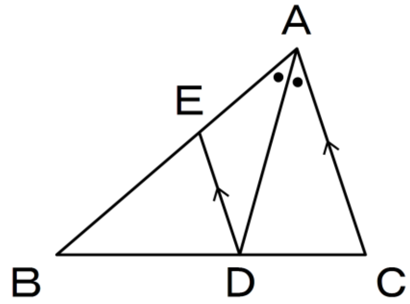
∠DCB＝ $\boxed{∠ＥＢＣ}$

したがって，

△PBCは $\boxed{２つの角}$ が等しいから，二等辺三角形である。

3 二等辺三角形になるための条件(2) 「完全証明」

例題1 右の図で，AC//ED，ADは∠Aの二等分線である。このとき，
△AEDは二等辺三角形であることを証明しなさい。

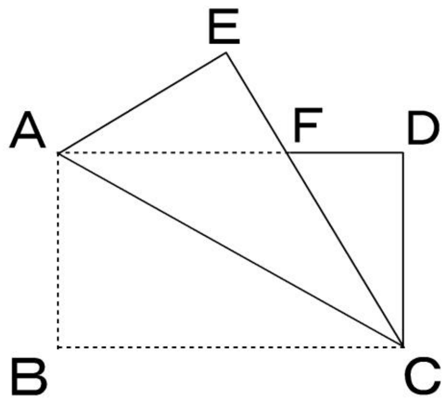


〔証明〕

△ＡＥＤで，
仮定より，
∠ＥＡＤ＝∠ＣＡＤ　…①
平行線の錯角は等しいから，ＡＣ//ＥＤから，
∠ＣＡＤ＝∠ＥＤＡ　…②
①，②より，
∠ＥＡＤ＝∠ＥＤＡ
したがって，
△ＡＥＤは２つの角が等しいから，二等辺三角形である。

実践問題1

次の図のように，長方形ABCDをACを折り目として，BがEに重なるように折る。〔△ACE≡△ACBとなる〕このとき，△FACが二等辺三角形であることを証明しなさい。



〔証明〕

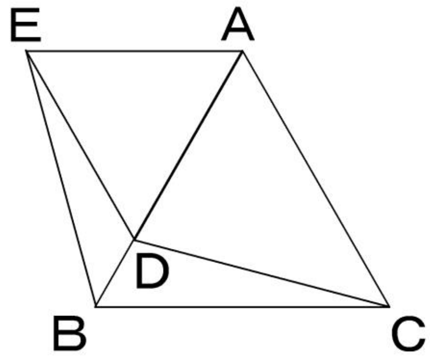
△ＦＡＣで，
仮定より，∠ＦＣＡ＝∠ＡＣＢ　…①
平行線の錯角は等しいから，ＡＤ//ＢＣから，
∠ＦＡＣ＝∠ＡＣＢ　…②
①，②より，
∠ＦＡＣ＝∠ＦＣＡ
したがって，
△ＦＡＣは２つの角が等しいから，二等辺三角形である。

4 正三角形（1）「部分証明」

攻略法１

正三角形は３辺の長さが等しく，３つの角の大きさが等しい。（60°）

正三角形ABCで，辺AB上の点をDとし，ADを1辺とする正三角形ADEを，△ABCの外側に作ると，BE＝CDである。これを次のように証明した。
☐を埋めなさい。



〔証明〕

△BEAと△CDAにおいて，

△ABCは正三角形だから，

AB＝ ＡＣ ……①

△ADEは正三角形だから，

AE＝ ＡＤ ……②

∠BAE＝ ∠ＣＡＤ ＝ 60 ° ……③

①，②，③より，

２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから，

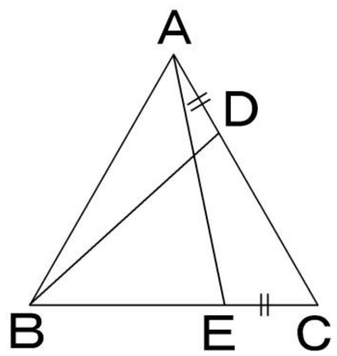
△BEA≡ △ＣＤＡ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，

BE＝ ＣＤ

4 正三角形（2）「完全証明」

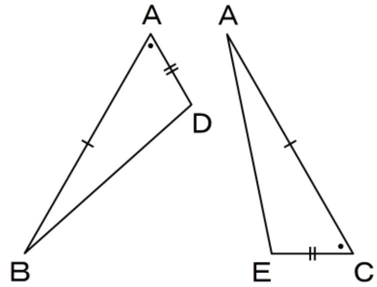
例題1　右の図で，正三角形ABCの2辺AC，BC上に，AD＝CEとなるような2点D，Eをとる。このとき，BD＝AEとなることを証明しなさい。



〔証明〕

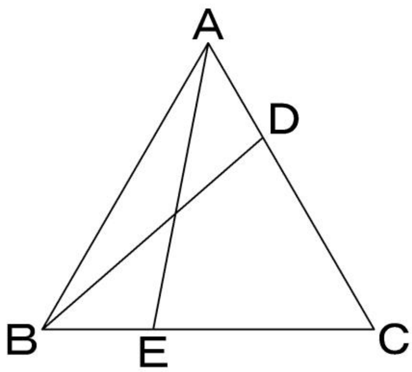
△ＡＢＤと△ＣＡＥにおいて，
△ＡＢＣは正三角形だから，
ＡＢ＝ＣＡ・・・①
∠ＢＡＤ＝∠ＡＣＥ＝60°・・・②
仮定から，ＡＤ＝ＣＥ・・・③
①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＤ≡△ＣＡＥ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＢＤ＝ＡＥ

◆図をかいて確認しよう！



実践問題1

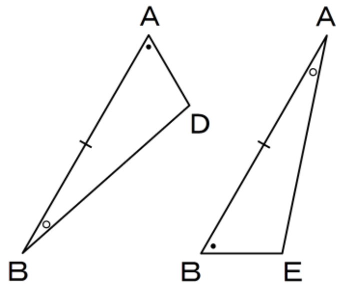
右の図で，正三角形ABCの2辺AC，BC上に，∠ABD＝∠BAEとなるような2点D，Eをとる。このとき，BD＝AEとなることを証明しなさい。



〔証明〕

△ＢＤＡと△ＡＥＢにおいて，
ＢＡ＝ＡＢ　…①
△ＡＢＣは正三角形だから，
∠ＢＡＤ＝∠ＡＢＥ＝６０°　…②
仮定から，∠ＡＢＤ＝∠ＢＡＥ　…③
①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△ＢＤＡ≡△ＡＥＢ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＢＤ＝ＡＥ

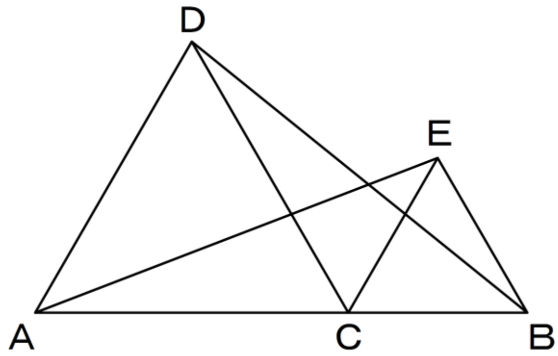
◆図をかいて確認しよう！



4 正三角形（3）「部分証明」

攻略法２

60°＋共通角と表せる　→　対応する角の大きさが等しい。



線分AB上に点Cをとり，AC，CBをそれぞれ１辺とする正三角形ACD，CBEを右図のようにつくると，AE＝DBである。これを次のように証明した。□を埋めなさい。

〔証明〕

△ACEと△DCBにおいて，

△ACDは正三角形だから，

AC＝ DC ……①

△CBEは正三角形だから，CE＝ CB ……②

また，正三角形の角だから，∠ACD＝ ∠BCE ＝60°

このとき，∠ACE＝∠ACD＋ ∠DCE

＝60° ＋ ∠DCE ……③

∠DCB＝∠BCE＋ ∠DCE

＝60° ＋ ∠DCE ……④

③，④より，　∠ACE＝ ∠DCB ……⑤

①，②，⑤より，

２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから，

△ACE≡ △DCB

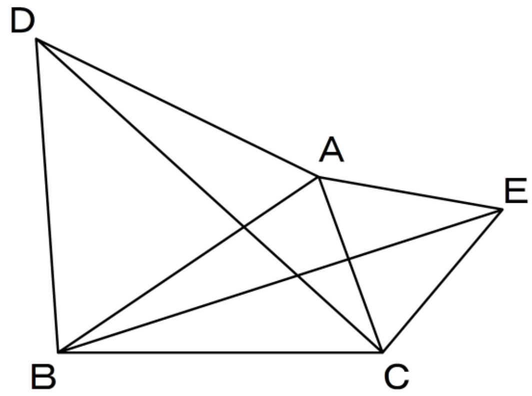
合同な三角形の対応する辺は等しいから，

AE＝ DB

4 正三角形（4）「完全証明」

実践問題2

　△ABCの辺AB，ACをそれぞれ１辺とする正三角形ABD，ACEを右図のようにつくる。このとき，BE＝DCとなることを証明しなさい。



〔証明〕

△ＡＢＥと△ＡＤＣにおいて，
△ＡＢＤは正三角形だから，
　ＡＢ＝ＡＤ・・・①
△ＡＣＥは正三角形だから，
　ＡＥ＝ＡＣ・・・②
また，正三角形の角だから，
　∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＥ＝60°
このとき，
　∠ＢＡＥ＝∠ＢＡＤ＋∠ＢＡＣ
　　　　　＝60°＋∠ＢＡＣ・・・③
　∠ＤＡＣ＝∠ＣＡＥ＋∠ＢＡＣ
　　　　　＝60°＋∠ＢＡＣ・・・④
③，④より，
　∠ＢＡＥ＝∠ＤＡＣ・・・⑤
①，②，⑤より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
　　△ＡＢＥ≡△ＡＤＣ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
　　ＢＥ＝ＤＣ

5 直角三角形の合同（1）

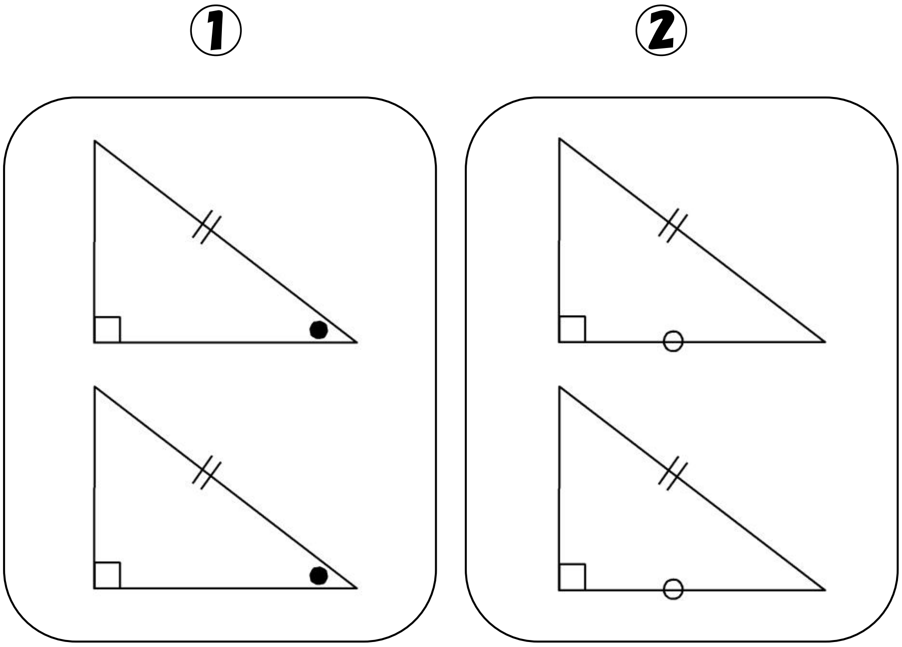
攻略法１

★ *まず，合同条件をきちんと暗記しよう！*

直角三角形の合同条件

① 直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい。

② 直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。



攻略法２

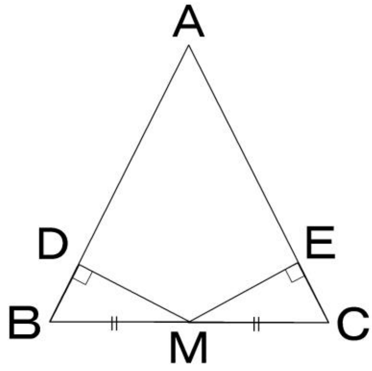
① 直角三角形の合同を示すときは，まず「斜辺」が等しいかどうか確かめるとよい。斜辺が等しくない場合は，普通の三角形の合同条件を使う。

② 合同条件を書くとき「直角三角形」の言葉を絶対に忘れるな！

5 直角三角形の合同(2)「部分証明」

実践問題1

AB＝ACである二等辺三角形ABCで，辺BCの中点Mから，辺AB，ACにそれぞれ垂線MD，MEをひくと，MD＝MEである。これを次のように証明した。□をうめなさい。



〔証明〕

△MDBと △ＭＥＣ で，

仮定より，∠BDM＝ ∠ＣＥＭ ＝90°……①

仮定より，BM＝ ＣＭ ……②

二等辺三角形の底角は等しいから，∠DBM＝ ∠ＥＣＭ ……③

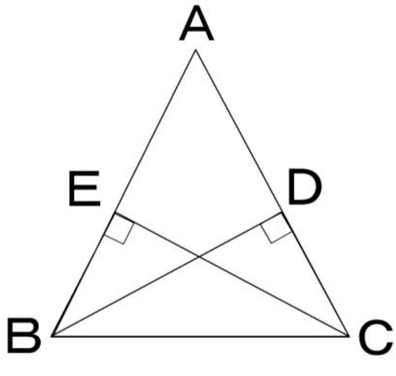
①，②，③より，直角三角形の 斜辺と１つの鋭角 がそれぞれ等しいから，

△MDB≡ △ＭＥＣ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，MD＝ME

実践問題2

△ABCの頂点B，Cから辺AC，ABに垂線をひき，交点をそれぞれD，Eとする。BD＝CEならば，△ABCは二等辺三角形である。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△DBCと △ＥＣＢ で，

仮定より，∠BDC＝ ∠ＣＥＢ ＝90°……①

共通だから，BC＝ ＣＢ ……②

仮定より，BD＝ ＣＥ ……③

①，②，③から，

直角 三角形の 斜辺と他の１辺 がそれぞれ等しいから，

△DBC≡ △ＥＣＢ

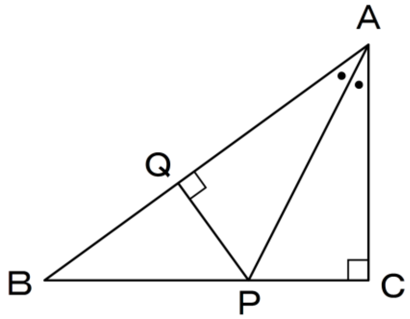
合同な三角形の対応する角は等しいから，∠DCB＝ ∠ＥＢＣ

したがって， ２つの角 が等しいから，△ABCは二等辺三角形である。

5 直角三角形の合同（3）「部分証明」

実践問題3

∠C＝90°である直角三角形ABCで，∠Aの二等分線と辺BCとの交点をPとする。Pから辺ABに垂線をひき，交点をQとすると，QP＝CPである。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△QPAと △CPA において，

仮定より，∠AQP ＝ ∠ACP ＝90°……①

共通だから，AP＝ AP ……②

仮定より，∠QAP＝ ∠CAP ……③

①，②，③より，

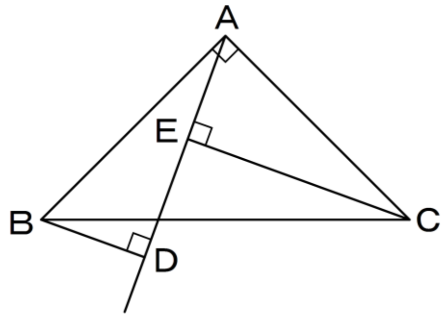
直角三角形 の 斜辺と１つの鋭角 がそれぞれ等しいから，

△QPA≡ △CPA

合同な三角形の対応する 辺 は等しいから，QP＝CP

実践問題4

∠A＝90°である直角二等辺三角形ABCで，頂点Aを通る直線に，頂点B，Cから垂線をひき，交点をそれぞれD，Eとすると，BD＝AEである。これを右の図について，次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△BDAと △AEC において，

仮定より，∠ADB＝ ∠CEA ＝90°……①

仮定より，AB＝ CA ……②

∠BAC＝90°だから，∠BAD＝90°－∠EAC……③

△CAEで∠CEA＝90°だから，∠ACE＝90°－ ∠EAC ……④

③，④から，∠BAD＝ ∠ACE ……⑤

①，②，⑤から，

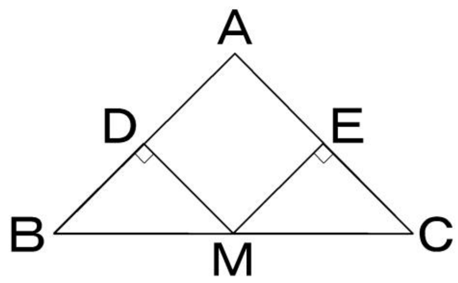
直角三角形 の 斜辺と１つの鋭角 がそれぞれ等しいから，

△BDA≡ △AEC

合同な三角形の対応する辺は等しいから，BD＝ AE

5 直角三角形の合同（4）「完全証明」

例題1 右の図で，△ABCの辺BCの中点Mから，辺AB，ACに垂線をひき，その交点をそれぞれD，Eとする。このとき，MD＝MEならば，△ABCは二等辺三角形であることを証明しなさい。

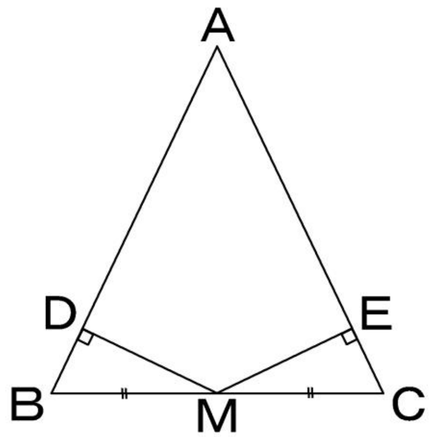


〔証明〕

△ＤＢＭと△ＥＣＭにおいて，
仮定より，ＢＭ＝ＣＭ・・・①
ＭＤ＝ＭＥ・・・②
∠ＢＤＭ＝∠ＣＥＭ＝90°・・・③
①，②，③より，
直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから，
△ＤＢＭ≡△ＥＣＭ
合同な三角形の対応する角は等しいから，
∠Ｂ＝∠Ｃ
したがって，２つの角が等しいから，
△ＡＢＣは，（ＡＢ＝ＡＣの）二等辺三角形となる。

実践問題1

右の図で点Mは△ABCの辺BCの中点であり，点D，Eは，それぞれ点Mから辺AB，ACにひいた垂線とAB，ACとの交点である。このとき，∠BMD＝∠CMEならば，△ABCは二等辺三角形であることを証明しなさい。



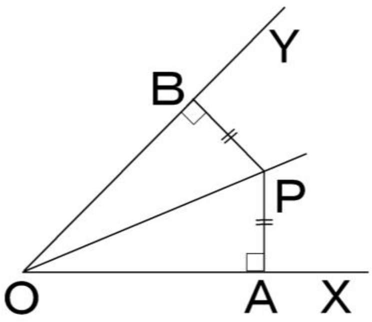
〔証明〕

△ＢＭＤと△ＣＭＥにおいて，
仮定より，ＢＭ＝ＣＭ　…①
仮定より，∠ＭＤＢ＝∠ＭＥＣ＝90°　…②
仮定より，∠ＢＭＤ＝∠ＣＭＥ　…③
①，②，③より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから，
△ＢＭＤ≡△ＣＭＥ
合同な三角形の対応する角は等しいから，
∠Ｂ＝∠Ｃ
したがって，２つの角が等しいから，
△ＡＢＣは（ＡＢ＝ＡＣの）二等辺三角形となる。

5 直角三角形の合同(5)「完全証明」

※　点と線分の距離が等しい ⇨ ①垂直 ②線分の長さが等しい

例題2 角の2辺からの距離が等しい点は，その角の二等分線上にあることを，右の図を使って証明しなさい。

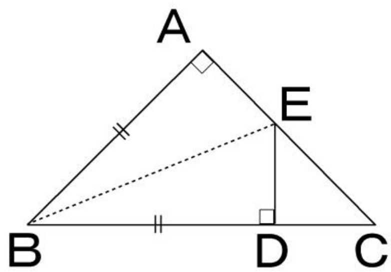


〔証明〕

△ＯＢＰと△ＯＡＰにおいて，
仮定より，∠ＯＢＰ＝∠ＯＡＰ＝90°　…①
仮定より，ＢＰ＝ＡＰ　…②
共通だから，ＯＰ＝ＯＰ　…③
①，②，③より，
直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから，
△ＯＢＰ≡△ＯＡＰ
合同な三角形の対応する角は等しいから，∠ＢＯＰ＝∠ＡＯＰ
したがって，
半直線ＯＰは∠Ｏの二等分線になり，Ｐはその二等分線上にある。

実践問題2　※　直角二等辺三角形の底角は 45°

∠A＝90°である直角二等辺三角形ABCで，底辺BC上に点DをBA＝BDとなるようにとる。また，点Dを通り辺BCに垂直な直線をひき，ACとの交点をEとする。このとき，AE＝DE＝DCであることを証明しなさい。



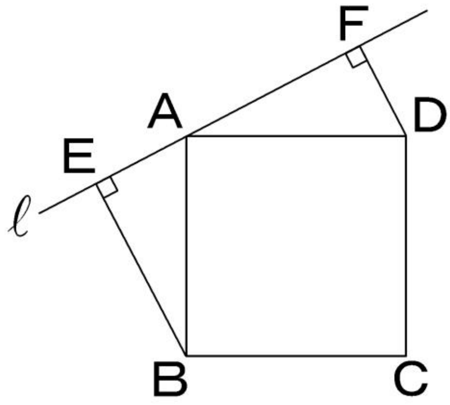
〔証明〕

△ＡＢＥと△ＤＢＥにおいて，
仮定より，∠ＢＡＥ＝∠ＢＤＥ＝90°　…①
仮定より，ＢＡ＝ＢＤ　…②
共通だから，ＢＥ＝ＢＥ　…③
①，②，③より，
直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＥ≡△ＤＢＥ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，ＡＥ＝ＤＥ　…④
また，△ＡＢＣは直角二等辺三角形だから，
∠ＤＣＥ＝45°　…⑤
∠ＤＥＣ＝180°－（∠ＣＤＥ＋∠ＤＣＥ）
＝180°－(90°＋45°)
＝45°　…⑥
⑤，⑥より，△ＤＥＣは直角二等辺三角形となるから，
ＤＥ＝ＤＣ　…⑦
④，⑦より，ＡＥ＝ＤＥ＝ＤＣとなる。

5 直角三角形の合同（6）「完全証明」

※　90° －共通角と表せる ⇨ 対応する角の大きさが等しい。

例題3　右の図のように，正方形ABCDの頂点Aを通る直線ℓに，B，Dから垂線をひき，その交点をE，Fとする。このとき，AE＝DFであることを証明しなさい。

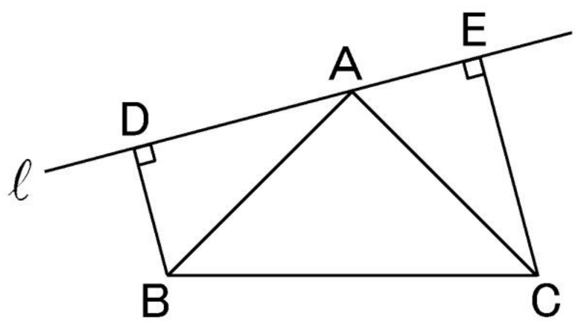


〔証明〕

△ＡＥＢと△ＤＦＡにおいて，
正方形ＡＢＣＤから，ＡＢ＝ＤＡ　…①
　　　　　　　　　∠ＢＡＤ＝９０°　…②
仮定より，∠ＡＥＢ＝∠ＤＦＡ＝９０°　…③
△ＡＥＢにおいて，∠ＡＢＥ＝９０°－∠ＢＡＥ　…④
点Ａにおいて②より，∠ＤＡＦ＝９０°－∠ＢＡＥ　…⑤
④，⑤より，∠ＡＢＥ＝∠ＤＡＦ　…⑥
①，③，⑥より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから，
　△ＡＥＢ≡△ＤＦＡ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
　ＡＥ＝ＤＦ

実践問題3

右の図のように，直角二等辺三角形ABCの頂点Aを通る直線ℓに，B，Cから垂線をひき，その交点をD，Eとする。このとき，AD＝CEであることを証明しなさい。



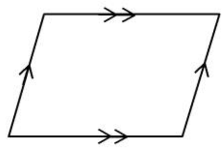
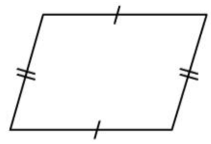
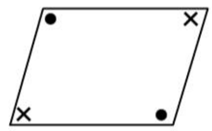
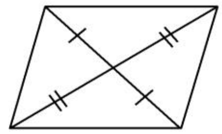
〔証明〕

△ＡＤＢと△ＣＥＡにおいて，
直角二等辺三角形から，ＡＢ＝ＣＡ　…①
　　　　　　　　　∠ＢＡＣ＝90°　…②
仮定より，∠ＡＤＢ＝∠ＣＥＡ＝90°　…③
△ＡＤＢにおいて，∠ＡＢＤ＝90°－∠ＢＡＤ　…④
点Ａにおいて②より，∠ＣＡＥ＝90°－∠ＢＡＤ　…⑤
④，⑤より，∠ＡＢＤ＝∠ＣＡＥ　…⑥
①，③，⑥より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから，
　△ＡＤＢ≡△ＣＥＡ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
　ＡＤ＝ＣＥ

6 平行四辺形の性質（1）「部分証明」

攻略法１

★ *平行四辺形の定義・性質をきちんと覚えよう！*

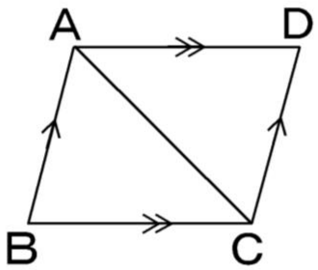
定 義	２組の対辺がそれぞれ平行	
性 質	① ２組の対辺はそれぞれ等しい	
	② ２組の対角はそれぞれ等しい	
	③ ２つの対角線はそれぞれの中点で交わる	

攻略法２

平行四辺形は平行線の組み合わせだということも忘れるな！

※ 性質はすべて定義から導きだされる。要するに性質は定義の子供だ！

定義 → 性質1の証明



「2組の対辺はそれぞれ等しい」を次の□をうめて証明しなさい。

〔仮定〕AB//DC，BC//AD　　〔結論〕AB＝CD，BC＝DA

〔証明〕対角線ACをひく。

△ABCと △CDA で，

平行線の錯角は等しいから，∠BAC＝ ∠DCA ……①

∠ACB＝ ∠CAD ……②

共通な辺だから，AC＝ CA ……③

①，②，③から，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABC≡ △CDA

合同な三角形の対応する辺は等しいから，AB＝ CD ，BC＝ DA

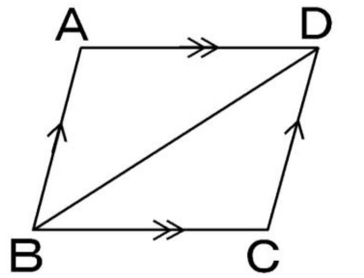
したがって，平行四辺形の ２組の対辺 はそれぞれ等しい。

6　平行四辺形の性質（2）「部分証明」

定義 → 性質2の証明　　●他のやり方もある。

方法①

定理「平行四辺形の2組の対角はそれぞれ等しい」を，次の□をうめて証明しなさい。



〔仮定〕 AB//DC，BC//AD　　〔結論〕 ∠A＝∠C，∠B＝∠D

〔証明〕 対角線BDをひく。

△ABDと△CDBで，

平行線の錯角は等しいから，∠ADB＝$\boxed{\angle CBD}$ ……①

∠ABD＝$\boxed{\angle CDB}$ ……②

共通な辺だから，BD＝$\boxed{DB}$ ……③

①，②，③から，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABD≡$\boxed{\triangle CDB}$

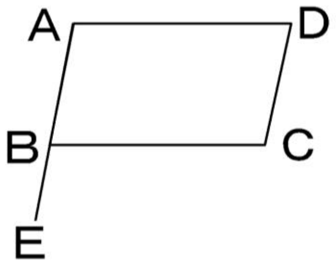
合同な三角形の対応する角は等しいから，∠A＝∠C……④

次に対角線ACをひき，同様にして∠B＝∠D……⑤

④，⑤より，平行四辺形の $\boxed{\text{２組の対角}}$ はそれぞれ等しい。

方法②

▱ABCDで，∠A＝∠C，∠B＝∠Dであることを次のように証明した。
□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕 ▱ABCDの辺ABを延長して点Eをとる。

平行線の同位角は等しいから，AD//BCから，

∠A＝$\boxed{\angle EBC}$ ……①

平行線の錯角は等しいから，AB//DCから，$\boxed{\angle EBC}$ ＝∠C……②

①，②より，∠A＝$\boxed{\angle C}$ ……③

同様にして，$\boxed{\angle B}$ ＝ $\boxed{\angle D}$ ……④

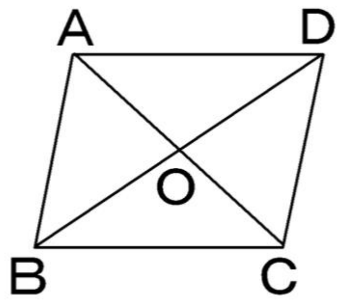
③，④より，

平行四辺形の $\boxed{\text{２組の対角}}$ はそれぞれ等しい。

6 平行四辺形の性質（3）「部分証明」

定義 → 性質3の証明

▱ABCDで，対角線の交点をOとするとき，OA＝OC，OB＝ODであることを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△ABCと△CDAにおいて，

平行線の錯角は等しいから，

AB//CDより，∠BAC＝ ∠DCA ……①

BC//ADより，∠BCA＝ ∠DAC ……②

共通だから，AC＝ CA ……③

①，②，③より，

１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABC≡ △CDA

したがって，AB＝ CD ……④

また，△ABOと△CDOで，平行線の錯角は等しいから，

AB//DCから，∠ABO＝ ∠CDO ……⑤

∠BAO＝ ∠DCO ……⑥

④，⑤，⑥より，

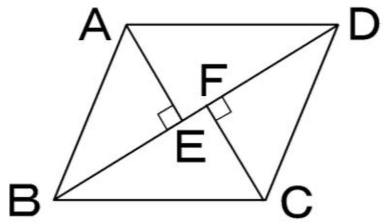
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABO≡ △CDO

合同な三角形の対応する辺は等しいから，OA＝OC，OB＝ODとなる。

6　平行四辺形の性質（4）「部分証明」

例題1　右の図のように，▱ABCDの頂点A，Cから対角線BDに垂線AE，CFをひいたとき，AE＝CFとなることを証明しなさい。



〔証明〕

△ABEと△CDFにおいて，

仮定より，∠AEB＝ $\boxed{\text{∠CFD}}$ ＝90°　・・・・・①

AB//CDより，錯角は等しいから，∠ABE＝ $\boxed{\text{∠CDF}}$ ・・・・・②

$\boxed{\text{平行四辺形の対辺}}$ は等しいから，

AB＝ $\boxed{\text{CD}}$ ・・・・・③

①，②，③より，

$\boxed{\text{直角三角形の斜辺と１つの鋭角}}$ がそれぞれ等しいから，

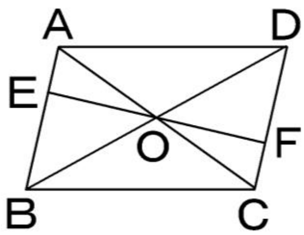
△ABE≡ $\boxed{\text{△CDF}}$

合同な三角形の対応する $\boxed{\text{辺}}$ は等しいから，

AE＝ $\boxed{\text{CF}}$

実践問題1

▱ABCDで，対角線の交点Oを通る直線が辺AB，DCと交わる点をそれぞれE，Fとすると，AE＝CFである。これを証明しなさい。



〔証明〕

△AOEと△COFにおいて，

平行四辺形の $\boxed{\text{２つの対角線はそれぞれの中点で交わる}}$ から，

AO＝ $\boxed{\text{CO}}$ ・・・・・①

$\boxed{\text{対頂角}}$ は等しいから，∠AOE＝ $\boxed{\text{∠COF}}$ ・・・・・②

AB//DCから， $\boxed{\text{錯角}}$ は等しいから，∠EAO＝ $\boxed{\text{∠FCO}}$ ・・・・・③

①，②，③より， $\boxed{\text{１組の辺とその両端の角}}$ がそれぞれ等しいから，

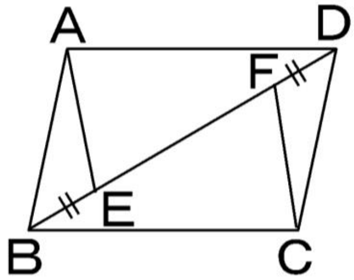
△AOE≡ $\boxed{\text{△COF}}$

合同な三角形の対応する $\boxed{\text{辺}}$ は等しいから，AE＝ $\boxed{\text{CF}}$ となる。

6　平行四辺形の性質（5）「完全証明」

実践問題2

右の図のように，▱ABCDの対角線BD上に，BE＝DFとなるような点E，Fをとるとき，AE＝CFであることを証明しなさい。

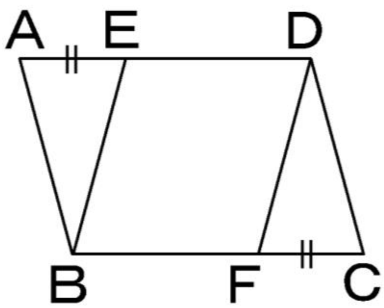


〔証明〕

△ＡＢＥと△ＣＤＦにおいて，
　仮定より，ＢＥ＝ＤＦ・・・①
　平行四辺形の対辺は等しいから，ＡＢ＝ＣＤ・・・②
　ＡＢ//ＣＤで錯角は等しいから，∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦ・・・③
①，②，③より，
　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
　　△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ
したがって，
　合同な三角形の対応する辺は等しいから，
　　ＡＥ＝ＣＦ

実践問題3

▱ABCDで辺AD，BC上に，それぞれ点E，FをAE＝CFとなるようにとると，BE＝DFであることを証明しなさい。



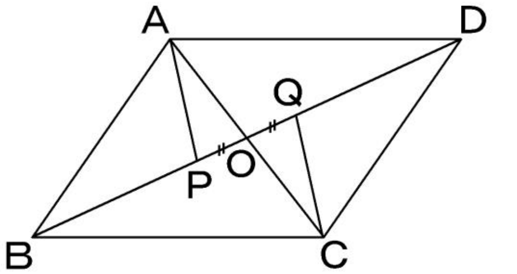
〔証明〕

△ＡＢＥと△ＣＤＦにおいて，
　仮定より，ＡＥ＝ＣＦ・・・①
　平行四辺形の対角は等しいから，∠Ａ＝∠Ｃ・・・②
　平行四辺形の対辺は等しいから，ＡＢ＝ＣＤ・・・③
①，②，③より，
　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
　　△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ
合同な三角形の対応する辺は等しいから，
　　ＢＥ＝ＤＦとなる。

6 平行四辺形の性質（6）「完全証明」

実践問題4

右の図のように，▱ABCDの対角線BD上に，OP＝OQとなるように２点P，Qをとるとき，AP＝CQであることを証明しなさい。

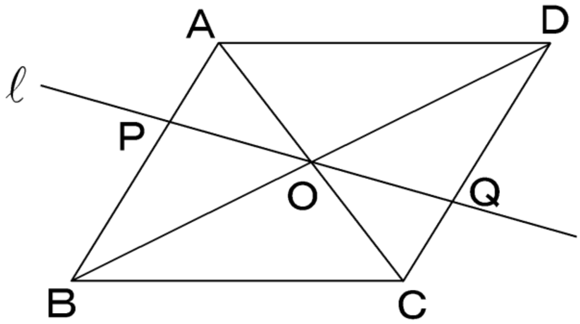


〔証明〕

△ＡＰＯと△ＣＱＯにおいて，
平行四辺形の２つの対角線はそれぞれの中点で
交わるから，ＯＡ＝ＯＣ …①
仮定より，　ＯＰ＝ＯＱ …②
対頂角は等しいから，∠ＡＯＰ＝∠ＣＯＱ …③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＰＯ≡△ＣＱＯ
したがって，合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＡＰ＝ＣＱ

実践問題5

右の図のように，▱ABCDの対角線の交点Oを通る直線 ℓ をひき，辺AB，CDとの交点をP，Qとするとき，OP＝OQであることを証明しなさい。



〔証明〕

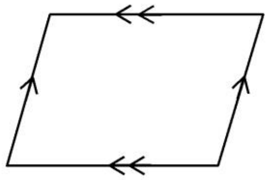
△ＯＰＡと△ＯＱＣにおいて，
平行四辺形の２つの対角線はそれぞれの中点で
交わるから，　ＯＡ＝ＯＣ …①
対頂角は等しいから，　∠ＡＯＰ＝∠ＣＯＱ …②
平行線の錯角は等しいから，　∠ＯＡＰ＝∠ＯＣＱ …③
①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△ＯＰＡ≡△ＯＱＣ
したがって，合同な三角形の対応する辺は等しいから，
ＯＰ＝ＯＱ

7 平行四辺形になるための条件(1)

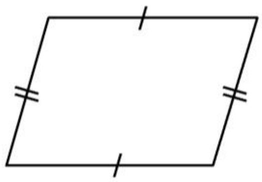
攻略法１

★ *四角形は次のどれかが成り立つとき平行四辺形である。*

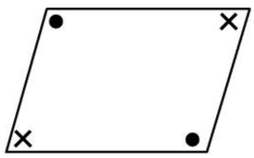
① ２組の対辺がそれぞれ平行である。・・・定義



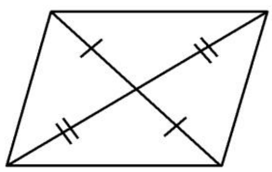
② ２組の対辺がそれぞれ等しい。



③ ２組の対角がそれぞれ等しい。

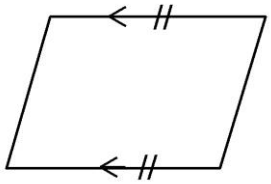


④ ２つの対角線がそれぞれの中点で交わる。



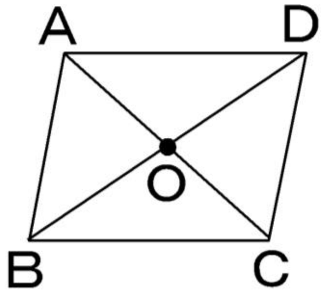
⑤ １組の対辺が平行で長さが等しい。・・・新顔

性質に含まれないのはこれだけ！



7 平行四辺形になるための条件（2）「部分証明」

例題1　右の図で，△AOB≡△CODならば，四角形ABCDは平行四辺形になることを，次の□をうめて証明しなさい。



〔証明〕

△AOB≡△CODだから，

AO＝ CO

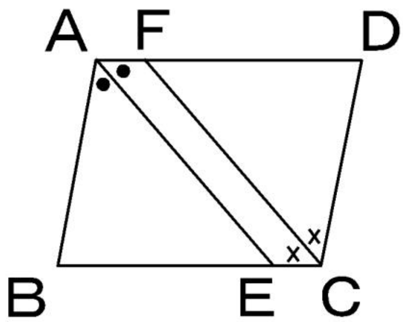
BO＝ DO

２つの対角線 がそれぞれの 中点 で交わるから，

四角形ABCDは平行四辺形である。

実践問題1

▱ABCDで，∠A，∠Cの二等分線と辺BC，ADとの交点をそれぞれE，Fとすると，四角形AECFは平行四辺形である。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

四角形AECFで，

平行四辺形の性質より，AF// ＥＣ ・・・・・①

仮定より，∠FAE＝$\frac{1}{2}$ ∠BAD・・・・・②

仮定より，∠FCE＝$\frac{1}{2}$ ∠ＤＣＢ ・・・・・③

平行四辺形の 対角 は等しいから，∠BAD＝ ∠ＤＣＢ ・・・・・④

②，③，④から，∠FAE＝ ∠ＦＣＥ ・・・・・⑤

平行線の錯角は等しいから，∠FAE＝ ∠ＡＥＢ ・・・・・⑥

⑤，⑥から，∠FCE＝ ∠ＡＥＢ

同位 角が等しいから，AE// ＦＣ ・・・・・⑦

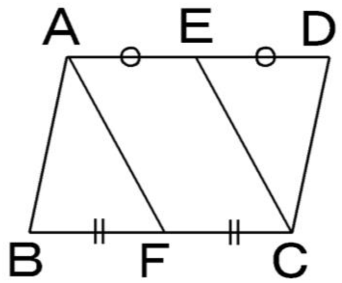
①，⑦から， ２組の対辺がそれぞれ平行 だから，

四角形AECFは平行四辺形である。

7 平行四辺形になるための条件（3）「完全証明」

実践問題2

▱ABCDで，辺AD，BCの中点をそれぞれE，Fとすると，四角形AFCEは平行四辺形である。これを証明しなさい。



〔証明〕

四角形ＡＦＣＥにおいて，

▱ＡＢＣＤから，ＡＥ//ＦＣ　…①

仮定より，ＡＥ＝$\frac{1}{2}$ ＡＤ　…②

仮定より，ＦＣ＝$\frac{1}{2}$ ＢＣ　…③

平行四辺形の対辺は等しいから，ＡＤ＝ＢＣ　…④

②，③，④より，

ＡＥ＝ＦＣ　…⑤

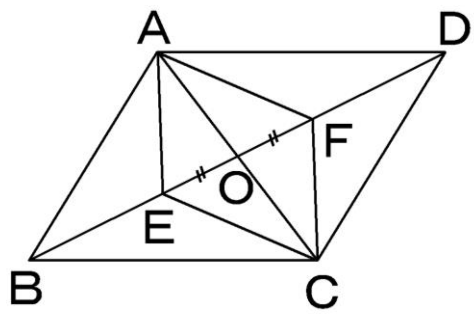
①，⑤より，

１組の対辺が平行で長さが等しいから，

四角形ＡＦＣＥは平行四辺形である。

実践問題3

▱ABCDで，対角線の交点をOとし，対角線BD上にOE＝OFとなる2点E，Fをとるとき，四角形AECFは平行四辺形である。これを証明しなさい。



〔証明〕

平行四辺形の２つの対角線は，それぞれの中点で交わるから，ＯＡ＝ＯＣ　…①

仮定より，ＯＥ＝ＯＦ　…②

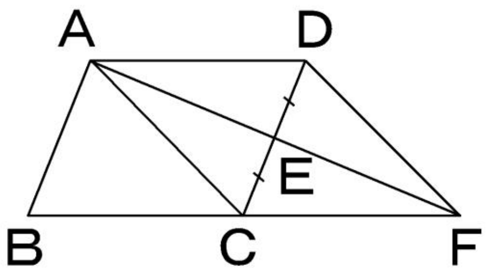
①，②より，２つの対角線がそれぞれの中点で交わるから，

四角形ＡＥＣＦは平行四辺形である。

7　平行四辺形になるための条件（4）「完全証明」

実践問題4

□ABCDで，辺DCの中点をEとする。AEの延長とBCの延長との交点をFとすると，四角形ACFDは平行四辺形である。これを証明しなさい。



〔証明〕

△ＡＥＤと△ＦＥＣにおいて，

仮定より，ＥＤ＝ＥＣ　…①

対頂角は等しいから，∠ＡＥＤ＝∠ＦＥＣ　…②

平行線の錯角は等しいから，∠ＡＤＥ＝∠ＦＣＥ　…③

①，②，③より，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ＡＥＤ≡△ＦＥＣ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，

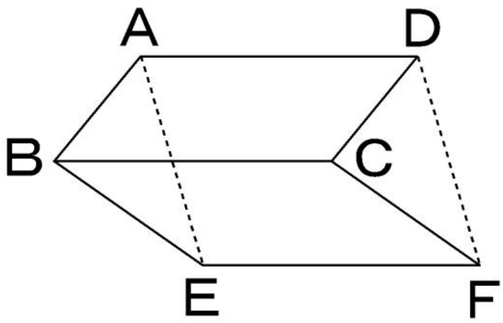
ＡＥ＝ＦＥ　…④

①，④より，２つの対角線がそれぞれの中点で交わるから，

四角形ＡＣＦＤは平行四辺形である。

実践問題5

四角形ABCD，BEFCはともに平行四辺形である。四角形AEFDも平行四辺形であることを証明しなさい。



〔証明〕

平行四辺形の対辺は等しいから，

ＡＤ＝ＢＣ，ＢＣ＝ＥＦ

したがって，ＡＤ＝ＥＦ　…①

平行四辺形の対辺は平行だから，

ＡＤ//ＢＣ，ＢＣ//ＥＦ

したがって，ＡＤ//ＥＦ　…②

①，②より，１組の対辺が平行で長さが等しいから，

四角形ＡＥＦＤは平行四辺形である。

8　特別な平行四辺形（1）

攻略法１

★　***四角形**が長方形・ひし形・正方形になるためには定義が満たされればよい。*

定　義

1．長方形・・・４つの角が等しい四角形

2．ひし形・・・４つの辺が等しい四角形

3．正方形・・・４つの辺が等しく，４つの角が等しい四角形

攻略法２

★　***平行四辺形**が長方形・ひし形・正方形になるためには以下の条件のうち１つが満たされればよい。（正方形は2つ）*

1．長方形・・・①　対角線の長さが等しい
　　　　　　　②　となり合う角が等しい（１つの角が直角）

2．ひし形・・・③　対角線が垂直に交わる（直交する）
　　　　　　　④　となり合う辺が等しい

3．正方形・・・①，②のうち１つと③，④のうち１つ

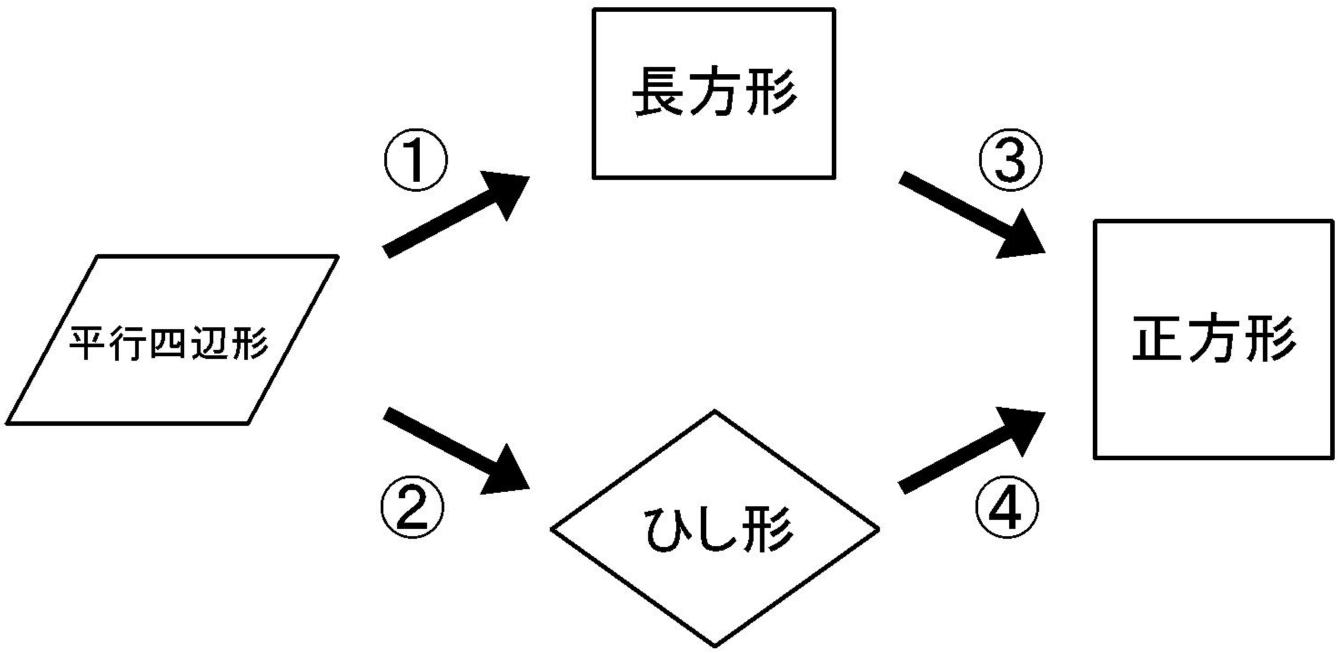
攻略法３

長方形・ひし形・正方形は平行四辺形だから，平行四辺形の性質も使える！

8　特別な平行四辺形（2）

実践問題

下図は，平行四辺形に条件を加えて，特別な四角形にしていくようすを示したものである。①～④にあてはまるものを，次のア～エから２つずつ選び，記号で答えなさい。



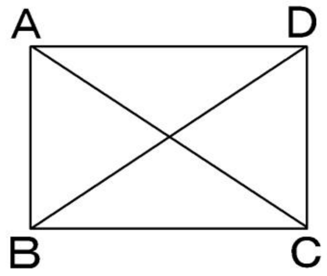
ア　となり合う辺が等しい。　　イ　となり合う角が等しい。

ウ　対角線の長さが等しい。　　エ　対角線が垂直に交わる。

答			
①	イ，ウ	②	ア，エ
③	ア，エ	④	イ，ウ

8 特別な平行四辺形（3）「部分証明」

例題1 「長方形の対角線は等しい。」このことを，右の図の長方形ABCDで証明しなさい。



〔証明〕

△ＡＢＣと△ＤＣＢにおいて，

平行四辺形の対辺は等しいから，ＡＢ＝ DC ・・

共通だから，ＢＣ＝ CB ・・・・・②

長方形の定義より，∠ＡＢＣ＝ ∠DCB ＝90°・・・・・③

①，②，③より，

２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから，

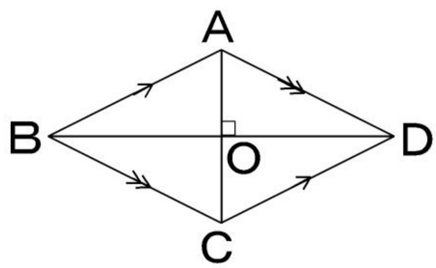
△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，ＡＣ＝ DB

したがって，長方形の対角線は等しい。

実践問題１

「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。」このことを証明なさい。



〔証明〕

△ＡＢＯと△ＡＤＯにおいて，

平行四辺形の ２つの対角線 は，それぞれの 中点 で交わるから，

ＢＯ＝ DO ・・・・・①

共通だから，ＡＯ＝ AO ・・・・・②

仮定より，∠ＡＯＢ＝ ∠AOD ＝90°・・・・・③

①, ②, ③より, ２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいから，

△ＡＢＯ≡△ＡＤＯ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，ＡＢ＝ AD ・・・・・④

また，平行四辺形の 対辺 は等しいから，ＡＢ＝ CD ・・・・・⑤

ＢＣ＝ AD ・・・・・⑥

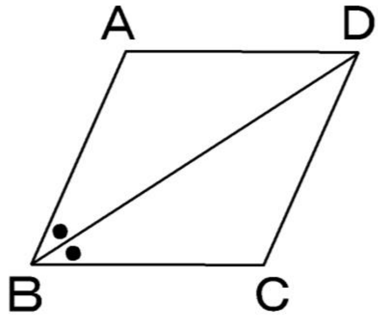
④，⑤，⑥より，ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＤ＝ＤＡとなり，四辺が等しいから，ひし形となる。

したがって，対角線が 垂直 に交わる 平行四辺形 はひし形である。

8 特別な平行四辺形（4）「完全証明」

実践問題２

次の▱ＡＢＣＤで，対角線ＢＤが，∠ＡＢＣを２等分するとき，
この
▱ＡＢＣＤは，ひし形になることを証明しなさい。

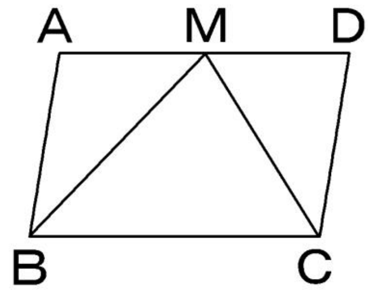


〔証明〕

△ＡＢＤで，
仮定から，∠ＡＢＤ＝∠ＣＢＤ　…①
ＡＤ//ＢＣで，平行線の錯角は等しいから，
∠ＣＢＤ＝∠ＡＤＢ　…②
①，②より，
∠ＡＢＤ＝∠ＡＤＢ
したがって，△ＡＢＤは二等辺三角形である。
したがって，
ＡＢ＝ＡＤ
となり合う２辺が等しいから，▱ＡＢＣＤは４辺の長さが等しくなる。
したがって，▱ＡＢＣＤはひし形となる。

実践問題３　　※　平行四辺形のとなり合う角の和は 180°となる。

▱ＡＢＣＤの辺ＡＤの中点をＭとするとき，ＭＢ＝ＭＣならば，
▱ＡＢＣＤは長方形になることを証明しなさい。



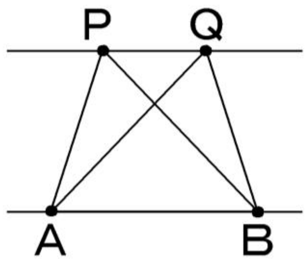
〔証明〕

△ＡＢＭと△ＤＣＭで，
平行四辺形の対辺は等しいから，
ＡＢ＝ＤＣ　…①
仮定より，
ＡＭ＝ＤＭ　…②
ＭＢ＝ＭＣ　…③
①，②，③より，３組の辺がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＭ≡△ＤＣＭ
ここで，∠ＭＡＢ＋∠ＭＤＣ＝180°だから，
∠ＭＡＢ＝∠ＭＤＣ＝90°
したがって，となり合う角が等しい平行四辺形だから，
▱ＡＢＣＤは長方形となる。

9　平行線と面積（1）「部分証明」

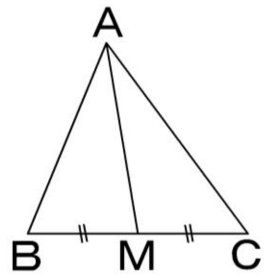
攻略法１

直線上の２点Ａ，Ｂと同じ側にある２点Ｐ，Ｑについて，ＰＱ//ＡＢならば，△ＰＡＢ＝△ＱＡＢとなる。（面積が等しい）



攻略法２

△ＡＢＭと△ＡＣＭの面積は等しい。



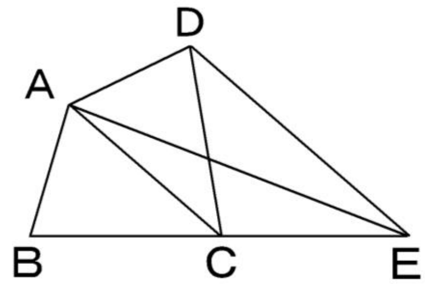
※　**攻略法１**，**攻略法２**の２つの三角形は，

ともに底辺・高さが等しくなる。

例題1　四角形ABCDで，点Dを通り，対角線ACと平行な直線をひき，辺BCの延長との交点をEとすると，△ABEの面積が四角形ABCDの面積と等しくなる。そのわけを証明しなさい。

※注意

＝(イコール)は面積が等しいことを表す。



〔証明〕

DE// AC だから，

△EAC＝ △DAC ・・・・・①

また，△ABE＝△ABC＋ △EAC ・・・・・②

四角形ABCD＝△ABC＋ △DAC ・・・・・③

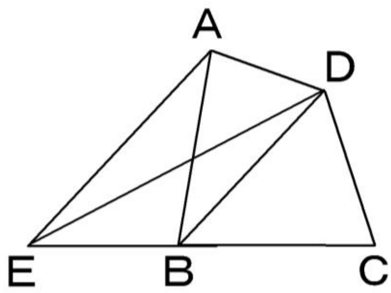
①，②，③より，

△ABE＝四角形ABCD

9　平行線と面積（２）「完全証明」

実践問題1

右の図で，AE//DBならば，四角形ABCD＝△DECであることを証明しなさい。

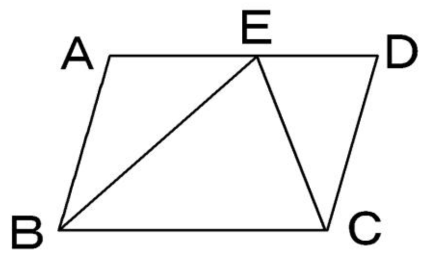


〔証明〕

四角形ＡＢＣＤ＝△ＡＢＤ＋△ＤＢＣ　…①
　△ＤＥＣ＝△ＥＤＢ＋△ＤＢＣ　…②
△ＡＢＤと△ＥＤＢは，
　底辺ＢＤが共通。
ＡＥ//ＤＢより，
　高さが等しい。
したがって，
　△ＡＢＤ＝△ＥＤＢ　…③
①，②，③より，
　四角形ＡＢＣＤ＝△ＤＥＣとなる。

実践問題2

▱ABCDで，点Eが辺AD上にあるとき，△BEC＝$\frac{1}{2}$ ▱ABCDとなることを証明しなさい。



〔証明〕

対角線ＡＣをひく。
△ＢＥＣと△ＢＡＣは，
　底辺ＢＣが共通。
ＡＤ//ＢＣより，
　高さが等しい。
したがって，
　△ＢＥＣ＝△ＢＡＣ　…①
ところで，
　△ＢＡＣ＝$\frac{1}{2}$ ▱ＡＢＣＤ　…②
①，②より，
　△ＢＥＣ＝$\frac{1}{2}$ ▱ＡＢＣＤとなる。

覚えておこう!!

平行四辺形は対角線の中点（交点）を通る直線で面積が二等分される。したがって，対角線で平行四辺形の面積は必ず二等分される。