二次方程式（学校のワークで難しい問題をピックアップ）

＊左が問題、右が解答。右側を隠しながら白紙などにやってみてください。

3 二次方程式 $(x-3)^2=k$ の解は２つあり，どちらも正の整数である。これを満たす k の値をすべて求めなさい。

3 二次方程式 $(x-3)^2=k$ の解は２つあり，どちらも正の整数である。これを満たす k の値をすべて求めなさい。

$(x-3)^2=k$

$x-3=\pm\sqrt{k}$

$x=3\pm\sqrt{k}$

$3\pm\sqrt{k}$ が正の整数となるのは，

$\sqrt{k}$ が１または２のときである。

$\sqrt{k}=1$ のとき，$k=1$

$\sqrt{k}=2$ のとき，$k=4$

$k=1,\ 4$

3 二次方程式 $2x^2-5x+c=0$ の２つの解の差が $\frac{7}{2}$ のとき，c の値を求めなさい。

3 二次方程式 $2x^2-5x+c=0$ の２つの解の差が $\frac{7}{2}$ のとき，c の値を求めなさい。

$2x^2-5x+c=0$ を解くと，

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times c}}{2\times2}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25-8c}}{4}$$

$5+\sqrt{25-8c}>5-\sqrt{25-8c}$ だから，２つの解の差は，

$$\frac{5+\sqrt{25-8c}}{4}-\frac{5-\sqrt{25-8c}}{4}=\frac{2\sqrt{25-8c}}{4}$$

$$=\frac{\sqrt{25-8c}}{2}$$

これが $\frac{7}{2}$ と等しいから，$\frac{\sqrt{25-8c}}{2}=\frac{7}{2}$

$25-8c=49$ より，$c=-3$

$c=-3$

2 下の図のように，ピラミッド状にしきつめた正三角形に，自然数が規則的に書かれています。図は，上から４段目までを示しており，５段目から下は省略してあります。（長野）

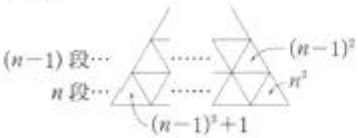
(1) 上から n 段目の右端の数を，n を用いて表しなさい。

(2) n が２以上のとき，上から n 段目の右端の数と左端の数の和が 222 になるのは，n がいくつのときですか。

2 (1) 右端の数は上から 1，4，9，16，…と段の数の２乗になっている。

したがって，n 段目の右端の数は n^2 になる。

(2)



左端の数は，１段上の右端の数より１大きい数となるから，$(n-1)^2+1$ と表される。したがって

$$n^2+\{(n-1)^2+1\}=222$$

$$n^2+n^2-2n+1+1=222$$

$$2n^2-2n-220=0$$

$$n^2-n-110=0$$

$$(n+10)(n-11)=0$$

したがって

$n=-10,\ n=11$

$n\geqq2$ であるから

$n=11$

3 1辺が$a$cmの正方形の紙が2枚あります。

下の図1のように，一方の紙の対角線の交点に，もう一方の紙の頂点の1つを重ねて置き，このときできる図形に，図2のように上から色をぬります。

色をぬった図形の面積が112cm^{2}となるとき，aの値を求めなさい。 〈鳥取〉

図1

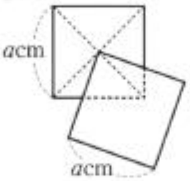


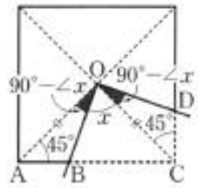
図2

3 2つの正方形の重なった部分の面積は，正方形の面積の$\frac{1}{4}$であるから

$$2a^2-\frac{1}{4}a^2=112$$
$$\frac{7}{4}a^2=112$$
$$a^2=64$$

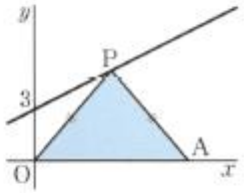
$a>0$であるから　$a=8$

ポイント 右の図において，1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△OAB≡△OCD
したがって，重なった部分の面積は△OACと等しくなる。

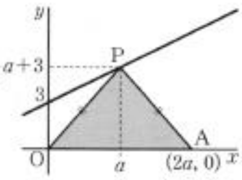


8 直線$y=\frac{1}{2}x+3$のグラフ上に，点Pをとり，PO＝PAが成り立つように点Aをx軸上にとります。

△POAの面積が20になるような点Pの座標を求めなさい。ただし，Pのx座標は正とします。



8 Pのx座標をaとすると，y座標は$\frac{1}{2}a+3$と表される。また，△POAは二等辺三角形であるから，Aの座標は$(2a,\ 0)$と表される。



したがって

$$\frac{1}{2}\times 2a\times\left(\frac{1}{2}a+3\right)=20$$
$$2a\left(\frac{1}{2}a+3\right)=40$$
$$a^2+6a=40$$
$$a^2+6a-40=0$$
$$(a-4)(a+10)=0$$
$$a-4=0 \quad または \quad a+10=0$$
$$a=4,\ a=-10$$

$a>0$であるから，$a=-10$は問題に適していない。

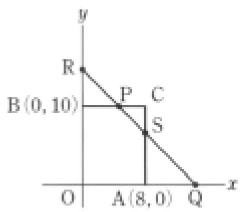
したがって　$a=4$

$a=4$のとき，Pのy座標は

$$y=\frac{1}{2}\times 4+3$$
$$=5$$

したがって，P$(4,\ 5)$

8 右の図で，点Oは原点であり，点A，Bの座標はそれぞれ$(8,\ 0)$，$(0,\ 10)$である。点Aを通り，y軸に平行な直線と，点Bを通り，x軸に平行な直線との交点をCとする。点Pは，線分BC上を点Bから点Cまで動く点である。点Pが，2点B，Cと異なる点であるとき，点Pを通り，傾きが-1の直線をひき，x軸，y軸，線分ACとの交点をそれぞれQ，R，Sとする。このとき，次の問いに答えなさい。 〈香川改〉



□(1) 点Pのx座標をaとするとき，△AQSの面積を，aを使った式で表しなさい。

□(2) 長方形OACBと△OQRの重なる部分の面積が，△AQSの面積の4倍になるのは，点Pのx座標がいくらのときか。点Pのx座標をaとして，aの値を求めなさい。

8 (1) 直線PSの傾きは-1だから，
BR＝BP＝a，OQ＝OR＝$a+10$
AS＝AQ＝OQ－OA＝$a+10-8=a+2$
△AQS＝$\frac{1}{2}$×AS×AQ＝$\frac{1}{2}(a+2)^2$

(2) CS＝CP＝$8-a$より，△CPS＝$\frac{1}{2}(8-a)^2$
長方形OACB－△CPS＝4△AQSより，
$10\times 8-\frac{1}{2}(8-a)^2=4\times\frac{1}{2}(a+2)^2$
これを解いて，$a=\pm 4$，　$0<a<8$より，$a=4$