**問３**　次の問いに答えなさい。

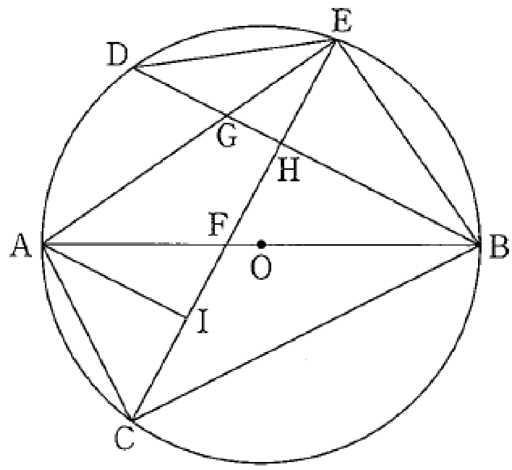
(ア)　右の図１のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，２点A，Bとは異なる点Cを，AC＜BCとなるようにとり，点Cを含まない$\overset{\frown}{AB}$上に点Dを，∠ABC＝∠ABDとなるようにとる。

また，点Aを含まない$\overset{\frown}{BD}$上に，２点B，Dとは異なる点Eをとり，線分ABと線分CEとの交点をF，線分AEと線分BDとの交点をG，線分BDと線分CEとの交点をHとする。

さらに，線分CE上に点Iを，DB∥AIとなるようにとる。

このとき，次の(ⅰ)，(ⅱ)に答えなさい。

図１




(ⅰ)　三角形AIFと三角形EHGが相似であることを次のように証明した。$\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(c)}}$ に最も適するものを，それぞれ選択肢の**１**～**４**の中から１つずつ選び，その番号を答えなさい。

(ⅱ)　次の $\boxed{\phantom{あい}}$ の中の「**あ**」「**い**」にあてはまる数字をそれぞれ**０**～**９**の中から１つずつ選び，その数字を答えなさい。

∠BDE＝35°，∠DBE＝28°のとき，∠CAIの大きさは $\boxed{\text{あい}}$ °である。

解答　36°

**問3**　次の問いに答えなさい。

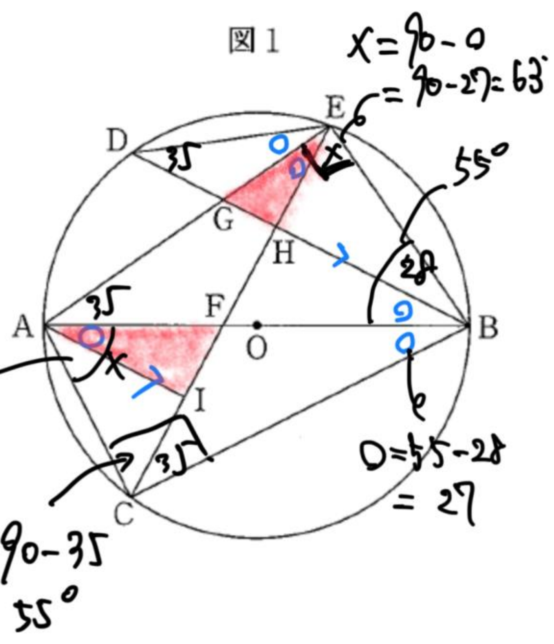
(ア)　右の図1のように，線分ABを直径とする円Oの周上に，2点A，Bとは異なる点Cを，AC＜BCとなるようにとり，点Cを含まない$\overset{\frown}{AB}$上に点Dを，∠ABC＝∠ABDとなるようにとる。

また，点Aを含まない$\overset{\frown}{BD}$上に，2点B，Dとは異なる点Eをとり，線分ABと線分CEとの交点をF，線分AEと線分BDとの交点をG，線分BDと線分CEとの交点をHとする。

さらに，線分CE上に点Iを，DB∥AIとなるようにとる。

このとき，次の(i)，(ii)に答えなさい。

図1




∠CAI = X − O
= 63 − 27
= 36 //

(i)　三角形AIFと三角形EHGが相似であることを次のように証明した。$\boxed{\text{(a)}}$～$\boxed{\text{(c)}}$に最も適するものを，それぞれ選択肢の**1**～**4**の中から1つずつ選び，その番号を答えなさい。

(ii)　次の$\boxed{\phantom{あい}}$の中の「**あ**」「**い**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

∠BDE＝35°，∠DBE＝28°のとき，∠CAIの大きさは$\boxed{\text{あい}}$°である。

(エ)　次の□の中の「**う**」「**え**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

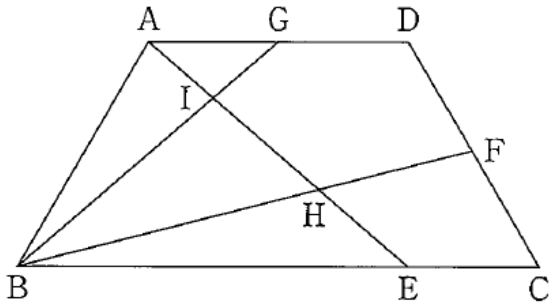
右の図4において，四角形ABCDはAB＝CD＝DA，AB：BC＝1：2の台形である。

また，点Eは辺BC上の点でBE：EC＝3：1であり，2点F，Gはそれぞれ辺CD，DAの中点である。

さらに，線分AEと線分BFとの交点をH，線分AEと線分BGとの交点をIとする。

三角形BHIの面積をS，四角形CFHEの面積をTとするとき，SとTの比を**最も簡単な整数の比**で表すと，S：T＝$\boxed{う}$：$\boxed{え}$である。

図4



答え5：4

(エ) 次の □ の中の「う」「え」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

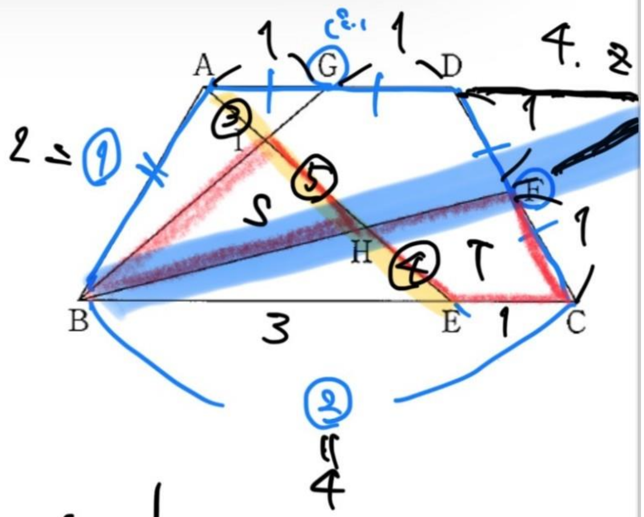
右の図4において，四角形ABCDはAB＝CD＝DA，AB：BC＝1：2の台形である。

また，点Eは辺BC上の点でBE：EC＝3：1であり，2点F，Gはそれぞれ辺CD，DAの中点である。

さらに，線分AEと線分BFとの交点をH，線分AEと線分BGとの交点をIとする。

三角形BHIの面積をS，四角形CFHEの面積をTとするとき，SとTの比を最も簡単な整数の比で表すと，S：T＝ $\boxed{う}$ ： $\boxed{え}$ である。

図4



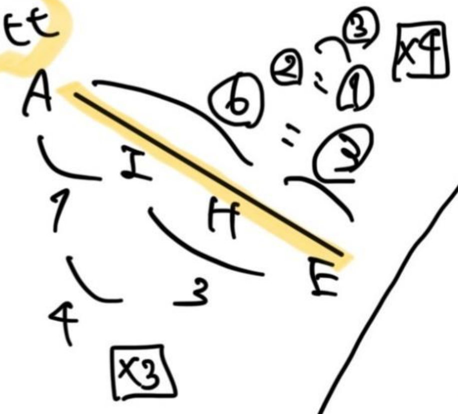
$\frac{5}{24} : \frac{1}{6} = 5:4$

Sについて

台形全体 $\times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{24}$

△ABC　△ABE

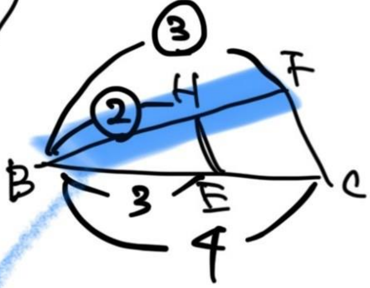
合比



Tについて

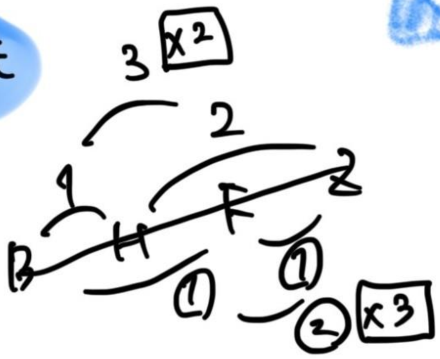
台形全体 $\times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

△BCD　△BCF



△BHE：△BFC
2×3 ： 3×4
1 ： 2

合比



S：T

$= \frac{5}{24} : \frac{1}{6} = 5:4$

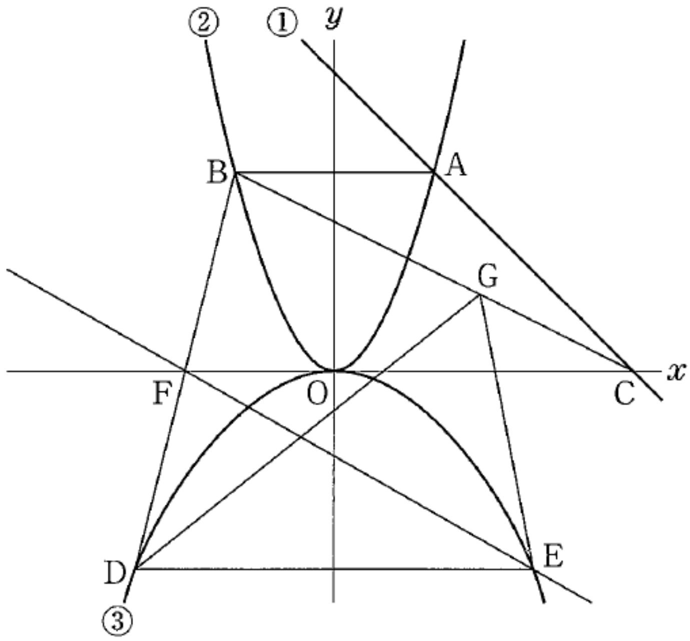
**問４**　右の図において，直線①は関数 $y=-x+9$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフ，曲線③は関数 $y=-\frac{1}{6}x^2$ のグラフである。

点Ａは直線①と曲線②との交点で，その $x$ 座標は３である。点Ｂは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。点Ｃは直線①と $x$ 軸との交点である。

また，２点Ｄ，Ｅは曲線③上の点で，点Ｄの $x$ 座標は−6であり，線分DEは $x$ 軸に平行である。

さらに，点Ｆは線分BDと $x$ 軸との交点である。

原点をＯとするとき，次の問いに答えなさい。




(ウ)　次の $\boxed{\phantom{xx}}$ の中の「**お**」「**か**」「**き**」「**く**」にあてはまる数字をそれぞれ**０**～**９**の中から１つずつ選び，その数字を答えなさい。

線分BC上に点Ｇを，三角形BDGと三角形DEGの面積が等しくなるようにとる。このときの，点Ｇの $x$ 座標は $\dfrac{\boxed{\text{おか}}}{\boxed{\text{きく}}}$ である。

解答　57/13

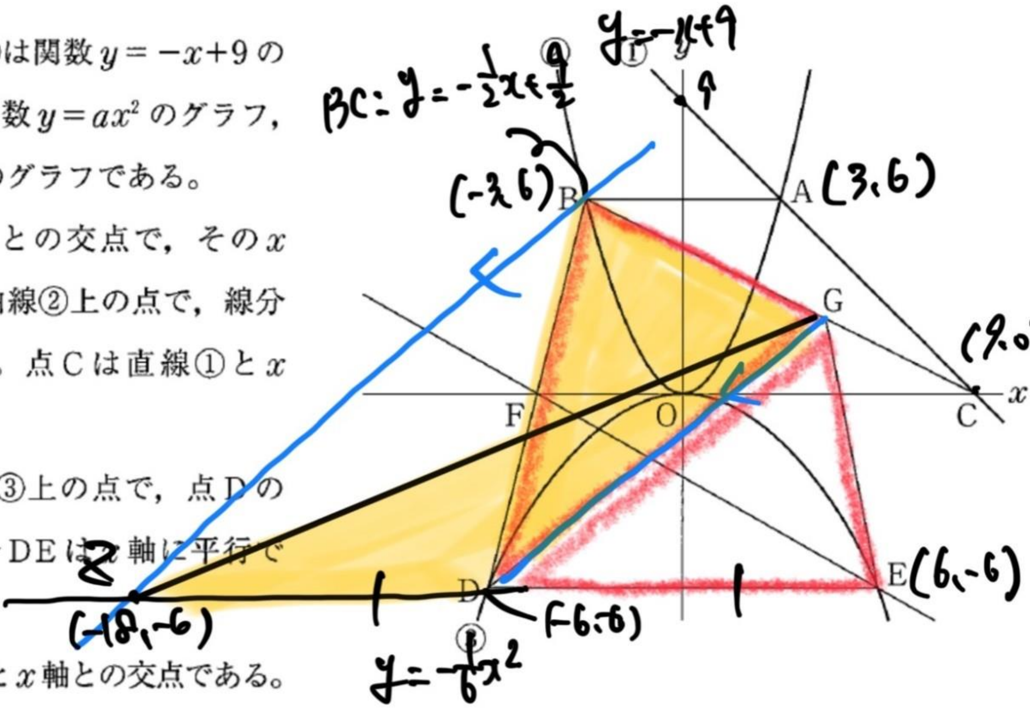
**問4**　右の図において，直線①は関数 $y=-x+9$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフ，曲線③は関数 $y=-\frac{1}{6}x^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その $x$ 座標は3である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。点Cは直線①と $x$ 軸との交点である。

また，2点D，Eは曲線③上の点で，点Dの $x$ 座標は−6であり，線分DEは $x$ 軸に平行である。

さらに，点Fは線分BDと $x$ 軸との交点である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。




△BDG = △DGE のときの点Gの座標

等積変形より △BDG = △ZDG

面積が等しいので 

ZD = DE = 12 より Z(−18, −6)

直線BZの傾きは $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ = DGの傾き.

直線DG $y=\frac{4}{5}x-\frac{6}{5}$

点Gは直線DGと直線BCとの交点より

$$\begin{cases} DG = y=\frac{4}{5}x-\frac{6}{5} \\ BC = y=-\frac{1}{2}x+\frac{9}{2} \end{cases}$$

$x=\frac{57}{13}$

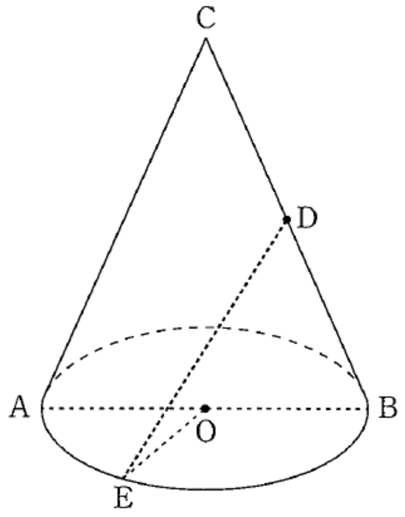
**問６**　右の図１は，線分ＡＢを直径とする円Ｏを底面とし，線分ＡＣを母線とする円すいである。

また，点Ｄは線分ＢＣの中点である。

さらに，点Ｅは円Ｏの周上の点である。

ＡＢ＝８cm，ＡＣ＝10cm，∠ＡＯＥ＝60°のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は$\pi$とする。

図１




(イ)　この円すいにおいて，２点Ｄ，Ｅ間の距離として正しいものを次の**１**～**６**の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

**１**．$\sqrt{43}$ cm　　**２**．７cm

**３**．$5\sqrt{2}$ cm　　**４**．$\sqrt{57}$ cm

**５**．$3\sqrt{7}$ cm　　**６**．８cm

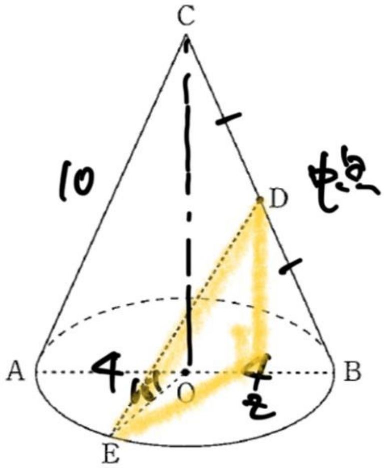
**問6**　右の図1は，線分ABを直径とする円Oを底面とし，線分ACを母線とする円すいである。

また，点Dは線分BCの中点である。

さらに，点Eは円Oの周上の点である。

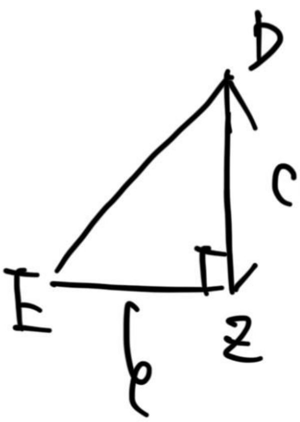
AB＝8cm，AC＝10cm，∠AOE＝60°のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は$\pi$とする。

図1



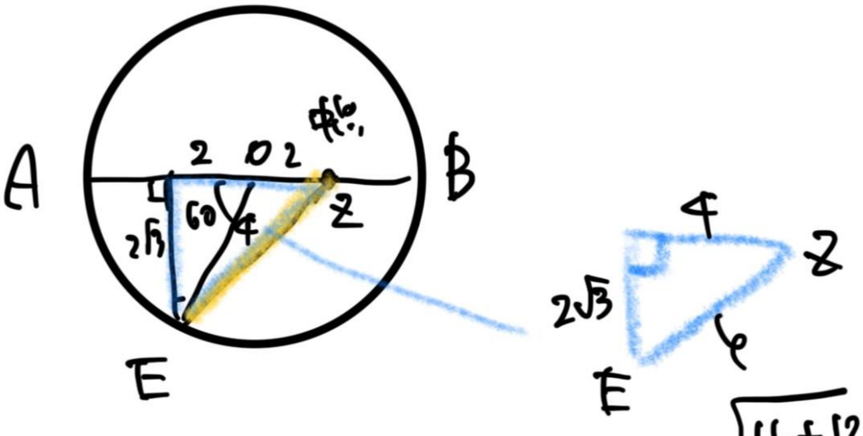

(イ)　この円すいにおいて，2点D，E間の距離として正しいものを次の1～6の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

1．$\sqrt{43}$ cm　　2．7 cm
3．$5\sqrt{2}$ cm　　4．$\sqrt{57}$ cm
5．$3\sqrt{7}$ cm　　6．8 cm




COの半分より

$$\frac{\sqrt{100-16}}{2}=\sqrt{21}$$




$$\sqrt{16+12}=2\sqrt{7}$$

$$ED=(2\sqrt{7})^2+\sqrt{21}^2=\sqrt{28+21}$$
$$=\sqrt{49}=\underline{7}_{\text{〃}}$$

**問6**　右の図1は，線分ABを直径とする円Oを底面とし，線分ACを母線とする円すいである。

また，点Dは線分BCの中点である。

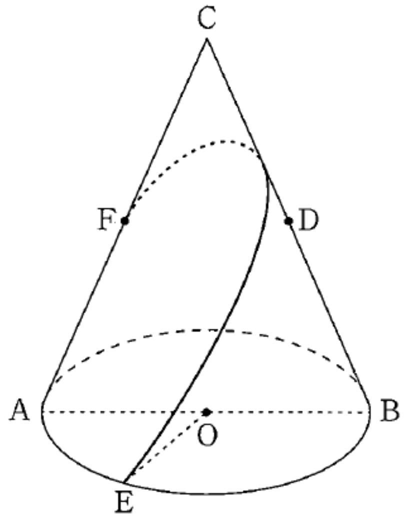
さらに，点Eは円Oの周上の点である。

AB＝8cm，AC＝10cm，∠AOE＝60°のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は$\pi$とする。

(ウ)　次の□の中の「**せ**」「**そ**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

点Fが線分ACの中点であるとき，この円すいの側面上に，図2のように点Eから線分BCと交わるように，点Fまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さは$\boxed{せ}\sqrt{\boxed{そ}}$ cmである。

図2



解答　$5\sqrt{7}$

**問6**　右の図1は，線分ABを直径とする円Oを底面とし，線分ACを母線とする円すいである。

また，点Dは線分BCの中点である。

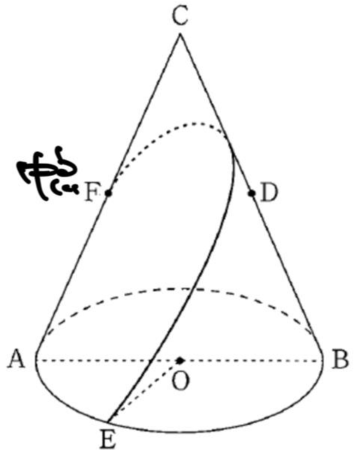
さらに，点Eは円Oの周上の点である。

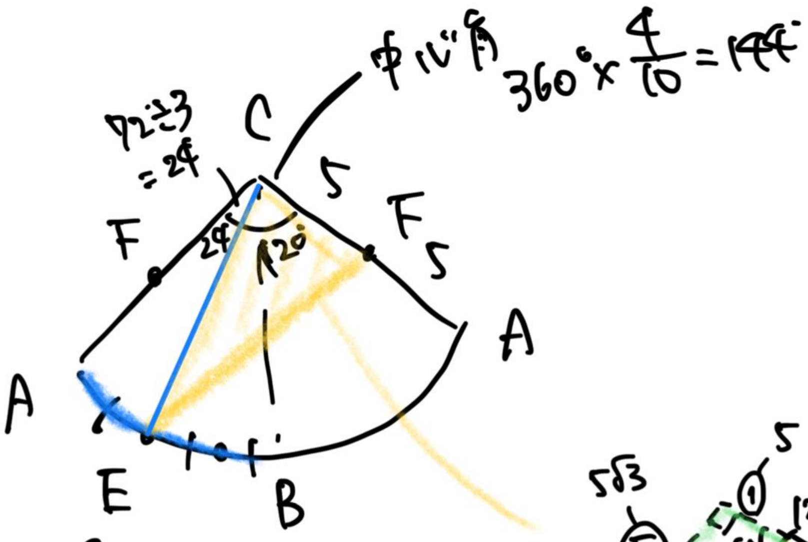
AB＝8cm，AC＝10cm，∠AOE＝60°のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

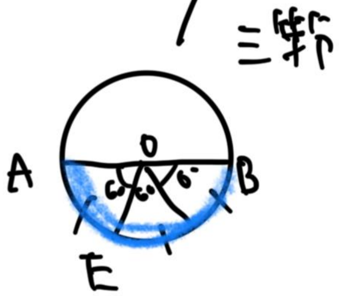
(ウ)　次の□の中の「せ」「そ」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

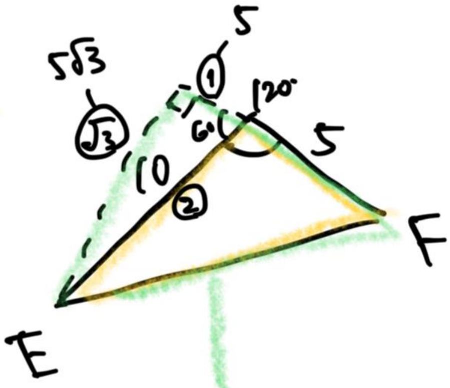
点Fが線分ACの中点であるとき，この円すいの側面上に，図2のように点Eから線分BCと交わるように，点Fまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さは $\boxed{せ}\sqrt{\boxed{そ}}$ cmである。

図2




$$\sqrt{(5\sqrt{3})^2+10^2}$$
$$=\sqrt{75+100}$$
$$=5\sqrt{7}$$

**問３**　次の問いに答えなさい。

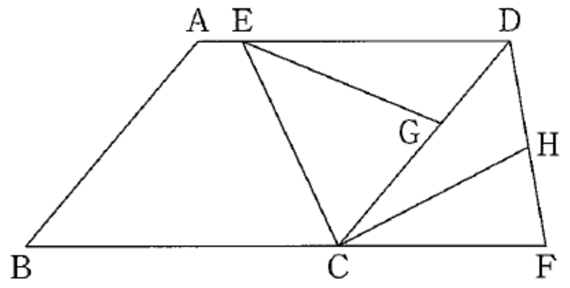
(ア)　右の図１のように，AB＜BC，∠ABCが鋭角の平行四辺形ABCDがあり，∠BCDの二等分線と辺ADとの交点をEとする。

また，辺BCの延長上に点Fを，CF＝DFとなるようにとる。

さらに，辺CD上に点Gを，CG＞GDとなるようにとり，線分DF上に点Hを，DG＝DHとなるようにとる。

このとき，次の(ⅰ)，(ⅱ)に答えなさい。

図１




(ⅰ)　三角形DEGと三角形DCHが合同であることを次のように証明した。$\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(c)}}$ に最も適するものを，それぞれ選択肢の**1**～**4**の中から１つずつ選び，その番号を答えなさい。

(ⅱ)　四角形CFDEが平行四辺形になるときの，∠ABCの大きさとして正しいものを次の**1**～**4**の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

**1**．45°　　**2**．50°　　**3**．55°　　**4**．60°

2022　問３ア（ⅱ）37.8%

**問３**　次の問いに答えなさい。

(ア)　右の図１のように，AB＜BC，∠ABCが鋭角の平行四辺形ABCDがあり，∠BCDの二等分線と辺ADとの交点をEとする。

また，辺BCの延長上に点Fを，CF＝DFとなるようにとる。

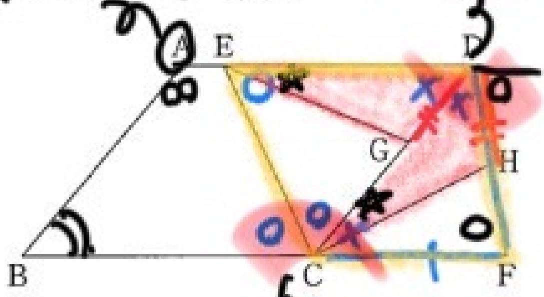
さらに，辺CD上に点Gを，CG＞GDとなるようにとり，線分DF上に点Hを，DG＝DHとなるようにとる。

このとき，次の(ⅰ)，(ⅱ)に答えなさい。

□ABCDより
∠A＝∠C＝○○

××○＝180°

図１




○○×＝180°

(ⅰ)　三角形DEGと三角形DCHが合同であることを次のように証明した。(a)～(c)に最も適するものを，それぞれ選択肢の１～４の中から１つずつ選び，その番号を答えなさい。

(ⅱ)　四角形CFDEが平行四辺形になるときの，∠ABCの大きさとして正しいものを次の１～４の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

１．45°　　２．50°　　３．55°　　４．60°

H.

○○× ＝ 180°
＋　××○ ＝ 180°
○○○××× ＝ 360°
○× ＝ 120°

□ABCDより
$\underbrace{○○＋○○＋×＋×}_{240°}$ ＝ 360°

○○＝120°
○＝60°　×＝60°

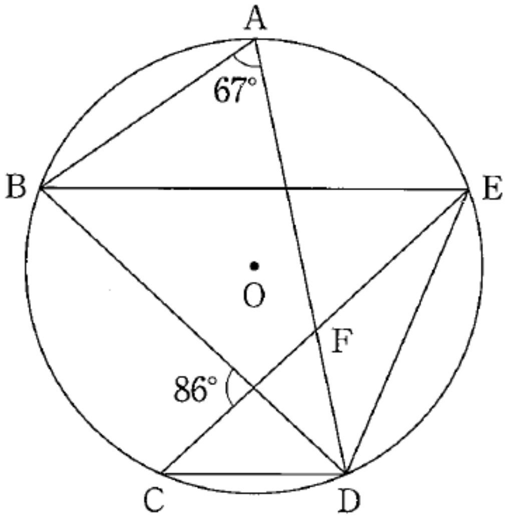
(ウ)　次の$\boxed{\phantom{あい}}$の中の「**あ**」「**い**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から１つずつ選び，その数字を答えなさい。

右の図２において，５点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅは円Ｏの周上の点で，ＢＥ∥ＣＤであり，線分ＡＤは∠ＢＤＥの二等分線である。

また，点Ｆは線分ＡＤと線分ＣＥとの交点である。

このとき，∠ＡＦＥ＝$\boxed{\textbf{あい}}^\circ$である。

図２



2022　問3ウ　16.3%

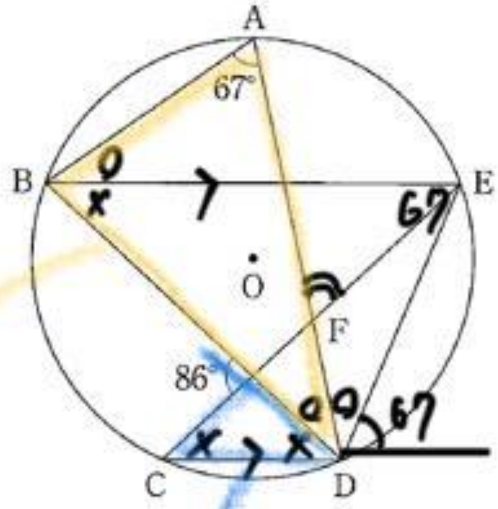
(ウ)　次の[　]の中の「あ」「い」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

右の図2において，5点A，B，C，D，Eは円Oの周上の点で，BE∥CDであり，線分ADは∠BDEの二等分線である。

また，点Fは線分ADと線分CEとの交点である。

このとき，∠AFE＝$\boxed{\text{あい}}$°である。

図2




○×○+67=180

○×○ = 113

××=86

×=43

○○+43=113

○○ = 70

○ = 35°

求める∠AFEは △CDFより

180−××○ = 180−121 = 59°

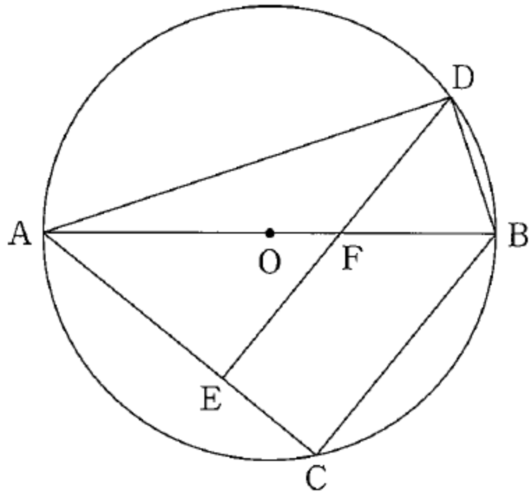
(エ) 次の $\boxed{\phantom{うえ}}$ の中の「**う**」「**え**」「**お**」「**か**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から１つずつ選び，その数字を答えなさい。

右の図３において，線分ABは円Oの直径であり，２点C，Dは円Oの周上の点である。

また，点Eは線分AC上の点で，BC∥DEであり，点Fは線分ABと線分DEとの交点である。

AE＝2cm，CE＝1cm，DE＝3cmのとき，三角形BDFの面積は $\dfrac{\boxed{うえ}}{\boxed{おか}}$ $\mathrm{cm}^2$ である。

図３



2022　問3エ　0.7%

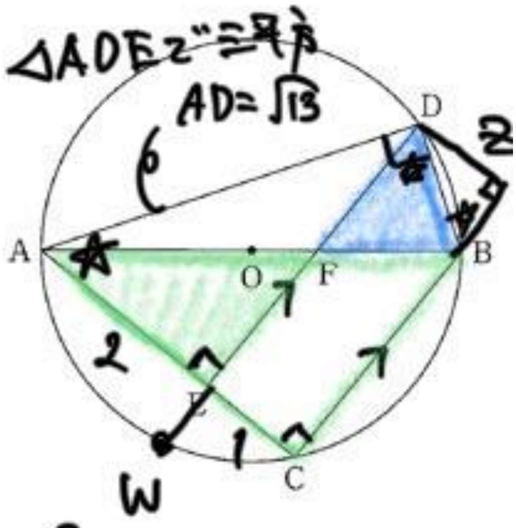
(エ) 次の $\boxed{\phantom{x}}$ の中の「う」「え」「お」「か」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

右の図3において，線分ABは円Oの直径であり，2点C，Dは円Oの周上の点である。

また，点Eは線分AC上の点で，BC∥DEであり，点Fは線分ABと線分DEとの交点である。

AE＝2cm，CE＝1cm，DE＝3cmのとき，三角形BDFの面積は $\dfrac{\boxed{うえ}}{\boxed{おか}}$ cm² である。

図3




$\triangle BDF = \underset{DF}{底辺} \times \underset{EC=1}{高さ} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{18}$

$DF = \underset{3}{DE} - EF = 3 - \frac{14}{9} = \frac{13}{9}$

△AEF∽△ACBより
相似比は 2:3

$EF = CB \times \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{14}{9}$

☆は、$\overset{\frown}{WB}$

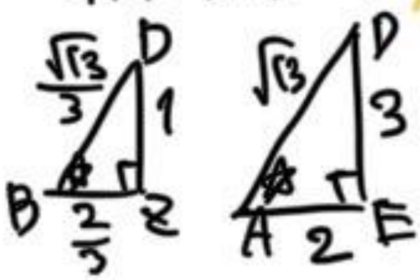
$\overset{\frown}{WB} = \overset{\frown}{WC} + \overset{\frown}{CB}$

平行線より

$\overset{\frown}{WC} = \overset{\frown}{DB}$

$☆ = \overset{\frown}{WB} = \overset{\frown}{CD} = \angle DAE$

補助線より $CB = ZC - ZB = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$




△ZBD∽△EAD
相似比は 1:3

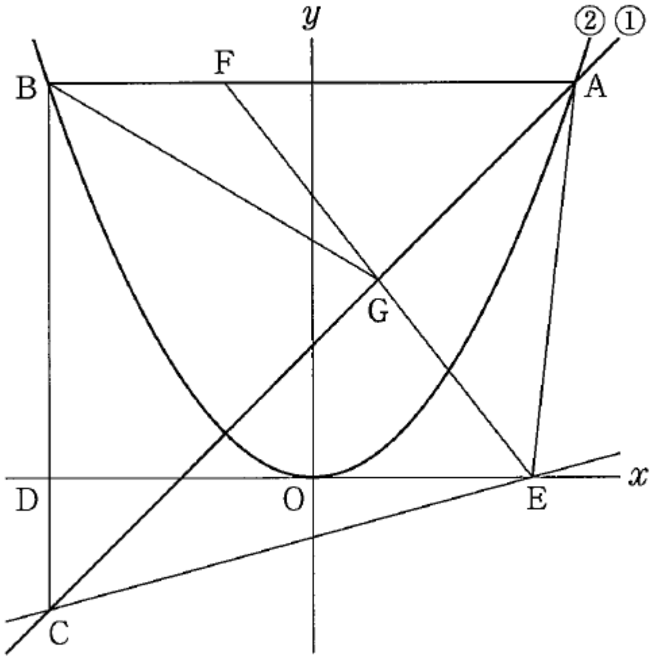
**問4**　右の図において，直線①は関数 $y=x+3$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その $x$ 座標は6である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。点Cは直線①上の点で，線分BCは $y$ 軸に平行である。

また，点Dは線分BCと $x$ 軸との交点である。

さらに，原点をOとするとき，点Eは $x$ 軸上の点で，DO：OE＝6：5であり，その $x$ 座標は正である。

このとき，次の問いに答えなさい。




(ウ)　次の $\boxed{\phantom{x}}$ の中の「**き**」「**く**」「**け**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

線分AB上に点Fを，三角形AFEの面積が直線①によって2等分されるようにとり，直線①と線分EFとの交点をGとする。このときの，三角形BGFの面積と三角形CEGの面積の比を**最も簡単な整数の比**で表すと，△BGF：△CEG＝$\boxed{\text{き}}$：$\boxed{\text{くけ}}$である。

解答　3：10

2022　問4　6.9％

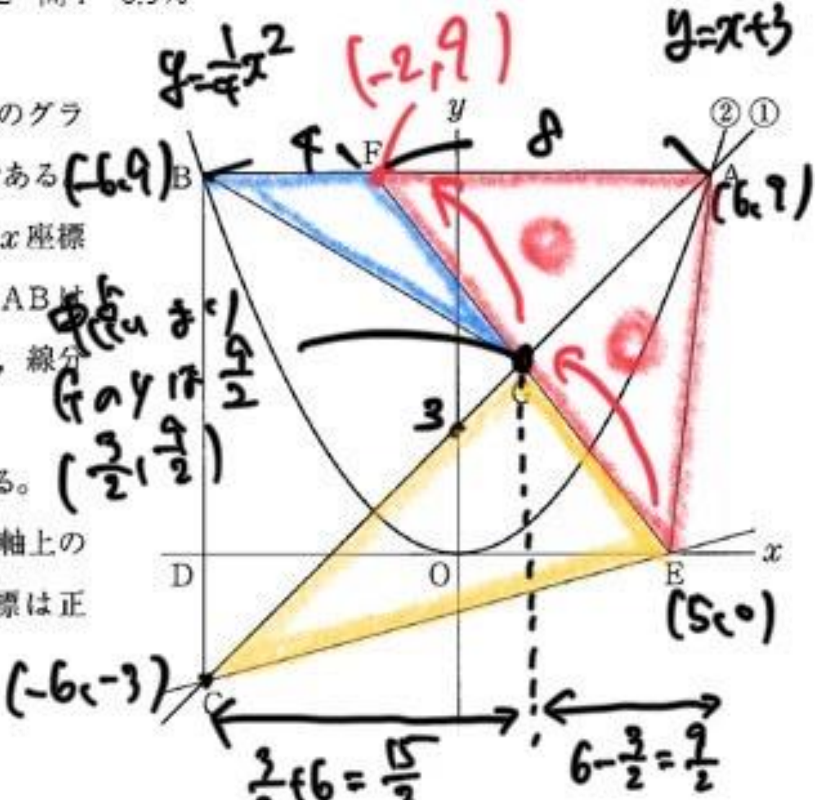
**問4**　右の図において，直線①は関数 $y=x+3$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その $x$ 座標は6である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。点Cは直線①上の点で，線分BCは $y$ 軸に平行である。

また，点Dは線分BCと $x$ 軸との交点である。

さらに，原点をOとするとき，点Eは $x$ 軸上の点で，DO：OE＝6：5であり，その $x$ 座標は正である。

このとき，次の問いに答えなさい。




(ウ)　次の □ の中の「き」「く」「け」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

線分AB上に点Fを，三角形AFEの面積が直線①によって2等分されるようにとり，直線①と線分EFとの交点をGとする。このときの，三角形BGFの面積と三角形CEGの面積の比を最も簡単な整数の比で表すと，△BGF：△CEG＝ $\boxed{き}$ ： $\boxed{くけ}$ である。

青：赤の1つ：黄で合比

×3　1：2

$\frac{9}{2} : \frac{15}{2}$

(3：5)　×2

合比 ⇒

青：赤1つ：黄

3：6

6：10

3：10

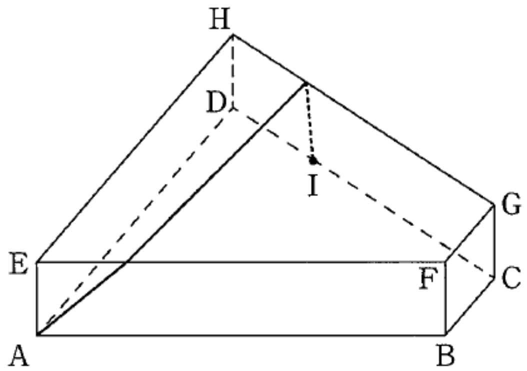
**問６**　右の図１は，AB＝5cm，BC＝1cm，AD＝4cm，∠ADC＝∠BCD＝90°の台形ABCDを底面とし，AE＝BF＝CG＝DH＝1cmを高さとする四角柱である。

このとき，次の問いに答えなさい。

(ウ)　次の□の中の「**そ**」「**た**」にあてはまる数字をそれぞれ**0**～**9**の中から１つずつ選び，その数字を答えなさい。

点Ｉが辺CD上の点で，CI：ID＝7：3であるとき，この四角柱の表面上に，図２のように点Ａから辺EF，辺GHと交わるように，点Ｉまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さは$\sqrt{\boxed{\text{そた}}}$ cmである。

図２



2022　問6ウ　2.7%

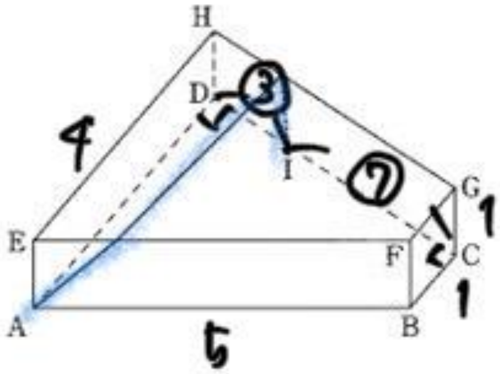
**問6**　右の図1は，AB＝5cm，BC＝1cm，AD＝4cm，∠ADC＝∠BCD＝90°の台形ABCDを底面とし，AE＝BF＝CG＝DH＝1cmを高さとする四角柱である。

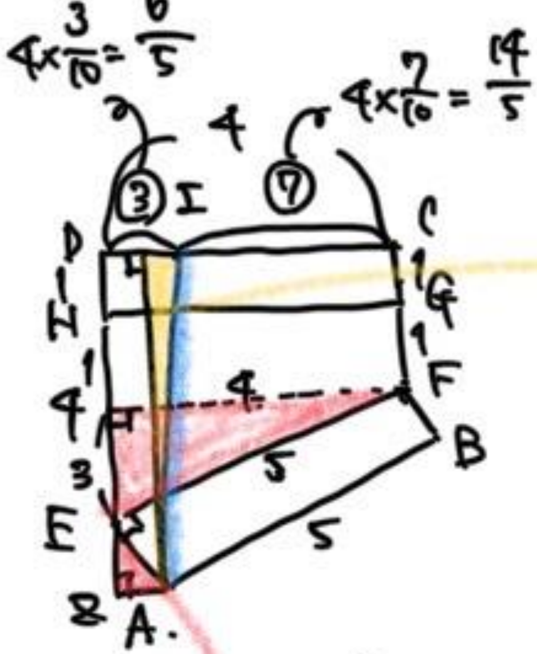
このとき，次の問いに答えなさい。

(ウ)　次の□の中の「そ」「た」にあてはまる数字をそれぞれ0～9の中から1つずつ選び，その数字を答えなさい。

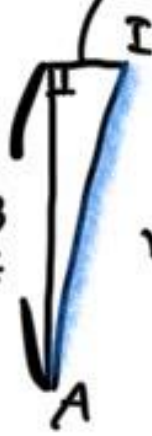
点Iが辺CD上の点で，CI：ID＝7：3であるとき，この四角柱の表面上に，図2のように点Aから辺EF，辺GHと交わるように，点Iまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さは$\sqrt{\boxed{そた}}$ cmである。

図2




$\frac{6}{5}-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$




$1+1+3+\frac{4}{5}=\frac{29}{5}$

$\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{29}{5}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{850}{25}}$

$=\sqrt{34}$

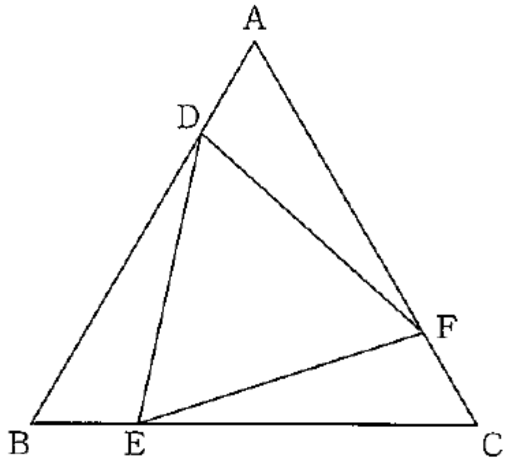

5：1の相似

**問3**　次の問いに答えなさい。

(ア)　右の図1のように，正三角形ABCの辺AB上に点Dを，辺BC上に点Eを，辺CA上に点FをAD＝BE＝CFとなるようにとる。

このとき，次の(i)，(ii)に答えなさい。

図1




(i)　三角形ADFと三角形CFEが合同であることを次のように証明した。$\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(c)}}$ に最も適するものを，それぞれ選択肢の1～4の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

(ii)　AB＝18 cmで，AD＜BDとする。三角形ABCの面積と三角形DEFの面積の比が12：7であるとき，線分ADの長さを求めなさい。

解答　3

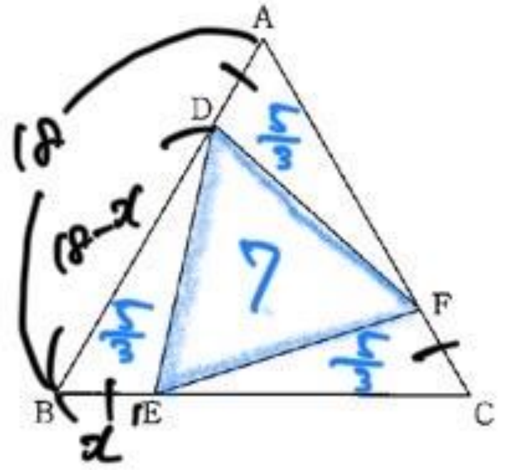
2021　問3 ii　7.8%

問3　次の問いに答えなさい。

(ア)　右の図1のように，正三角形ABCの辺AB上に点Dを，辺BC上に点Eを，辺CA上に点FをAD＝BE＝CFとなるようにとる。

　このとき，次の(i)，(ii)に答えなさい。

図1




(i)　三角形ADFと三角形CFEが合同であることを次のように証明した。(a)～(c)に最も適するものを，それぞれ選択肢の1～4の中から1つ選び，その番号を答えなさい。

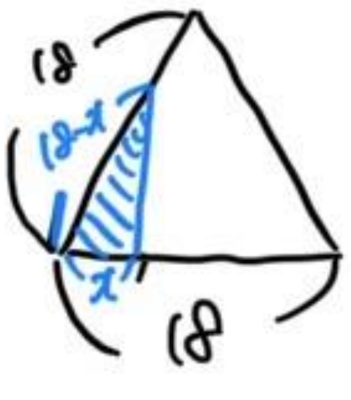
(ii)　AB＝18 cmで，AD＜BDとする。三角形ABCの面積と三角形DEFの面積の比が12：7であるとき，線分ADの長さを求めなさい。

xとする

AD=3 cm

★ 1角共通の三角形の面積比より

小：大　＝小：大




$$x\times(18-x) : 18\times18 = \frac{5}{3} : 12 \quad \times3$$

$$18x-x^2 : 18\times18 = 5 : 36$$

$$18\times18\times5 = 36\times18x-36x^2$$

$$9\times5 = 18x-x^2$$

$$x^2-18x+45=0$$

$$(x-3)(x-15)=0 \qquad x=3,\ 15$$

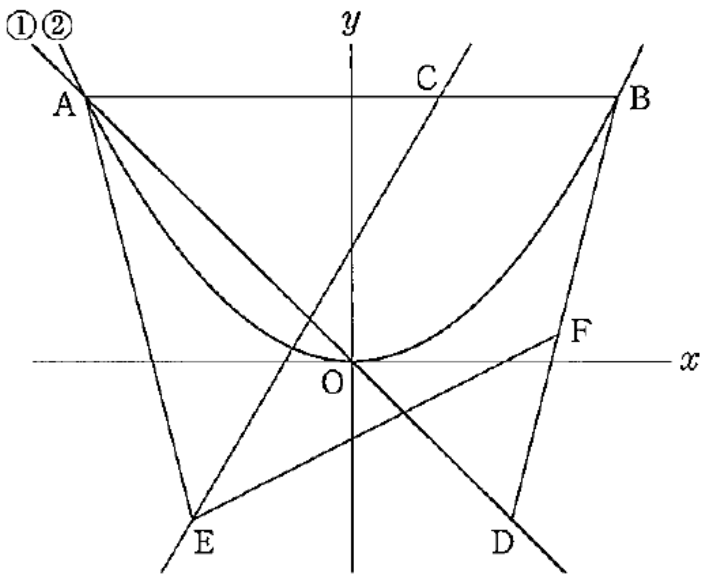
**問4**　右の図において，直線①は関数 $y=-x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その $x$ 座標は $-5$ である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。点Cは線分AB上の点で，AC：CB＝2：1である。

また，原点をOとするとき，点Dは直線①上の点でAO：OD＝5：3であり，その $x$ 座標は正である。

さらに，点Eは点Dと $y$ 軸について対称な点である。

このとき，次の問いに答えなさい。




(ウ)　点Fは線分BD上の点である。三角形AECと四角形BCEFの面積が等しくなるとき，点Fの座標を求めなさい。

解答　F（35/9、5/9）

2021　問4　5.6%

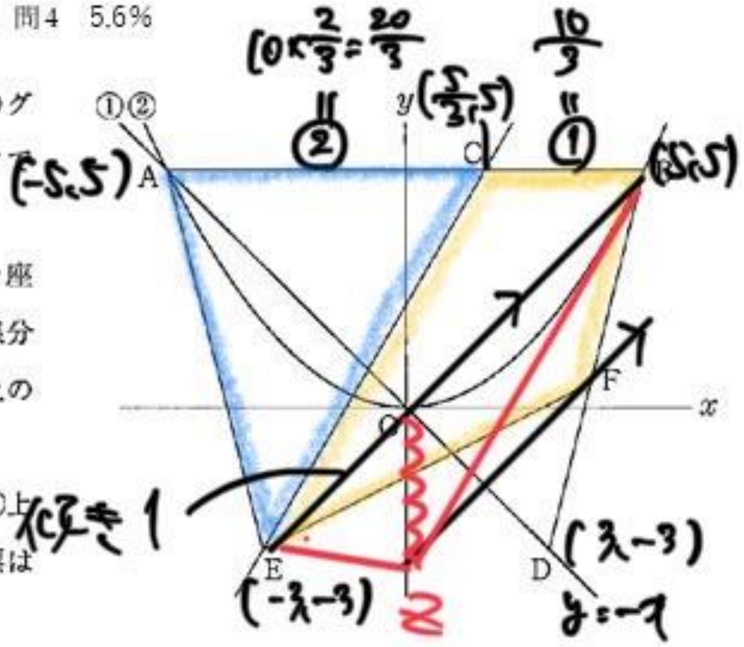
**問4**　右の図において，直線①は関数 $y=-x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点で，その $x$ 座標は $-5$ である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。点Cは線分AB上の点で，AC：CB＝2：1である。

また，原点をOとするとき，点Dは直線①上の点でAO：OD＝5：3であり，その $x$ 座標は正である。

さらに，点Eは点Dと $y$ 軸について対称な点である。

このとき，次の問いに答えなさい。




$12x-45=9x-10$

$9x=35$

(ウ)　点Fは線分BD上の点である。三角形AECと四角形BCEFの面積が等しくなるとき，点Fの座標を求めなさい。

$\frac{20}{3}\times8\times\frac{1}{2}=\frac{80}{3}$

△BEC＋△BEF

$\frac{10}{3}\times8\times\frac{1}{2}=\frac{40}{3}$

点Fは
直線DFと
$y=4x-15$
直線ZF
$y=x-\frac{10}{3}$
の交点、
$F(\frac{35}{9},\frac{5}{9})$

△BEFが $\frac{40}{3}$ になればよい

$OZ\times8\times\frac{1}{2}=\frac{40}{3}$

$OZ=\frac{10}{3}$

これが切片

直線ZF＝ $y=x-\frac{10}{3}$

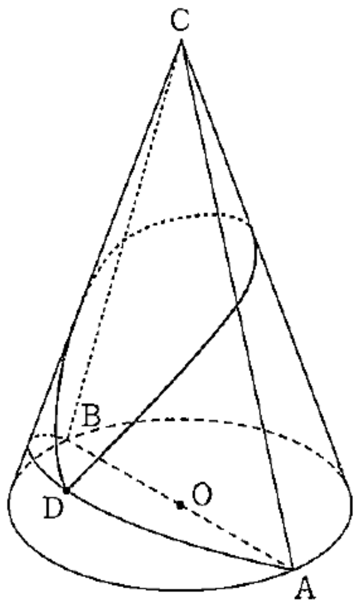
**問6**　右の図1は，線分ABを直径とする円Oを底面とし，線分ACを母線とする円すいである。

また，点Dはこの円すいの側面上に，点Aから点Bまで長さが最も短くなるように線を引き，この線を2等分した点である。

AB＝6 cm，AC＝9 cm のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は$\pi$とする。

(ウ)　この円すいの側面上に，図2のように点Dから線分AC，線分BCと交わるように点Dまで円すいの側面上に引いた線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図2



2021　問6　3.4%

**問6**　右の図1は，線分ABを直径とする円Oを底面とし，線分ACを母線とする円すいである。

また，点Dはこの円すいの側面上に，点Aから点Bまで長さが最も短くなるように線を引き，この線を2等分した点である。

$\frac{6}{2}=3$

AB＝6cm，AC＝9cmのとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ → 中心角は120°

(ウ)　この円すいの側面上に，図2のように点Dから線分AC，線分BCと交わるように点Dまで円すいの側面上に引いた線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

同じになるように補助線

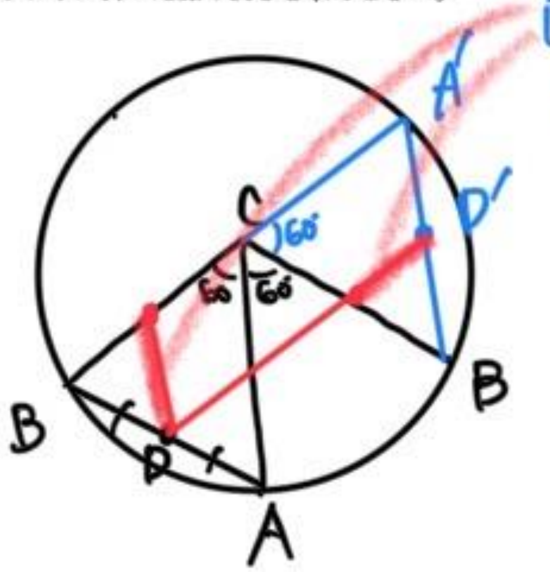
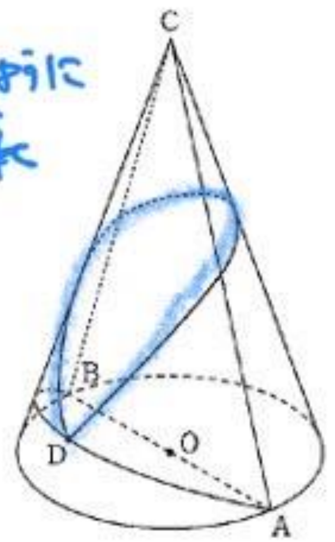
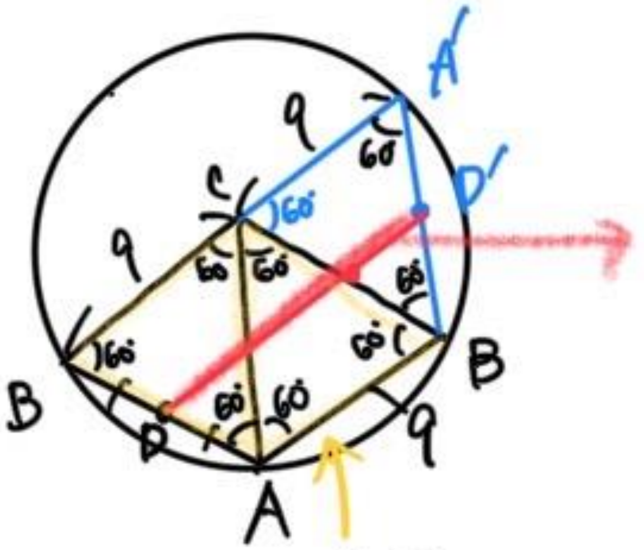



図2




中点連結定理より

$\frac{9}{2}+\frac{9}{2}+\frac{9}{2}$

$=\frac{27}{2}$

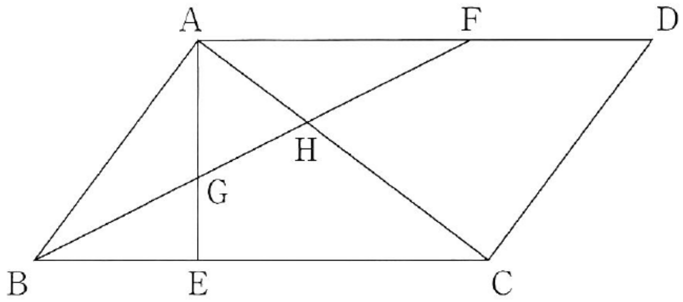
底面のABとは違う。側面の話なので。

(ウ)　右の図３のような平行四辺形ABCDがあり，辺BC上に点Eを辺BCと線分AEが垂直に交わるようにとり，辺AD上に点FをAB＝AFとなるようにとる。

また，線分BFと線分AEとの交点をG，線分BFと線分ACとの交点をHとする。

AB＝15cm，AD＝25cm，∠BAC＝90°のとき，三角形AGHの面積を求めなさい。

図３

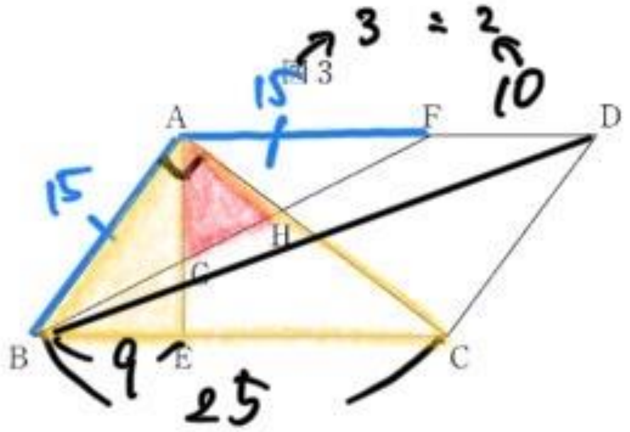


2020　問3ウ　5.1%

(ウ) 右の図3のような平行四辺形ABCDがあり，辺BC上に点Eを辺BCと線分AEが垂直に交わるようにとり，辺AD上に点FをAB＝AFとなるようにとる。

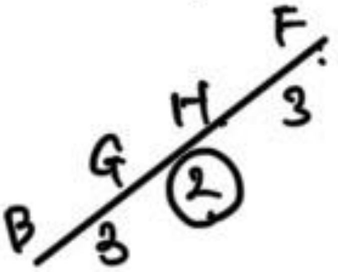
また，線分BFと線分AEとの交点をG，線分BFと線分ACとの交点をHとする。

AB＝15 cm，AD＝25 cm，∠BAC＝90° のとき，三角形AGHの面積を求めなさい。

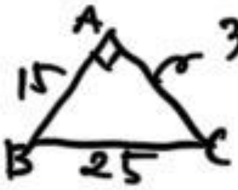



→ 合比で求めていく。


↓




△ABC∽△EBAより




3:4:5の4より
$4\times5=20$


$4\times3=12$

3:4:5の3より
$3\times3=9$

△AGHは

平行四辺形 $25\times12 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{8} = \frac{45}{2}$

△ABD　△ABF

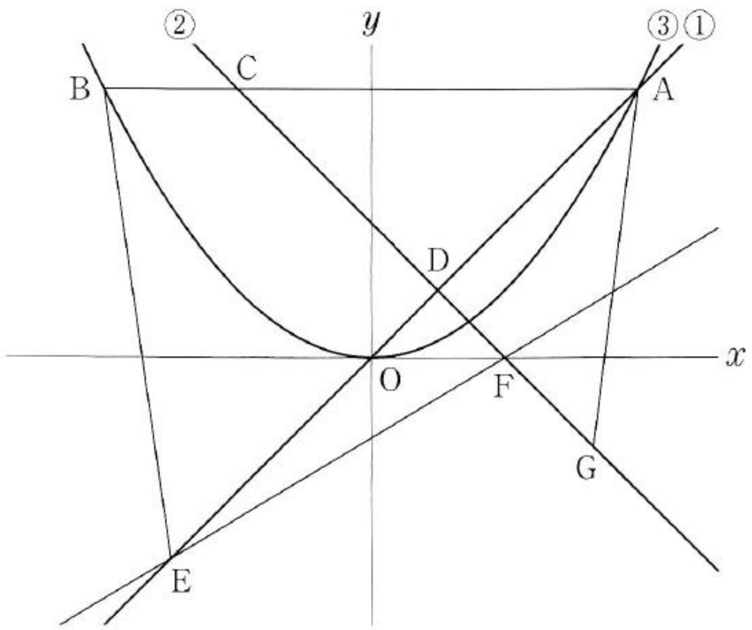
**問4**　右の図において，直線①は関数 $y=x$ のグラフ，直線②は関数 $y=-x+3$ のグラフであり，曲線③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線③との交点であり，その $x$ 座標は6である。点Bは曲線③上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行であり，点Cは直線②と線分ABとの交点である。点Dは直線①と直線②との交点である。

また，原点をOとするとき，点Eは直線①上の点でAO：OE＝4：3であり，その $x$ 座標は負である。

さらに，点Fは直線②と $x$ 軸との交点であり，点Gは直線②上の点で，その $x$ 座標は5である。

このとき，次の問いに答えなさい。




(ウ)　三角形ADGの面積をS，四角形BEDCの面積をTとするとき，SとTの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

解答　7：19

2020　問4ウ　3.9%

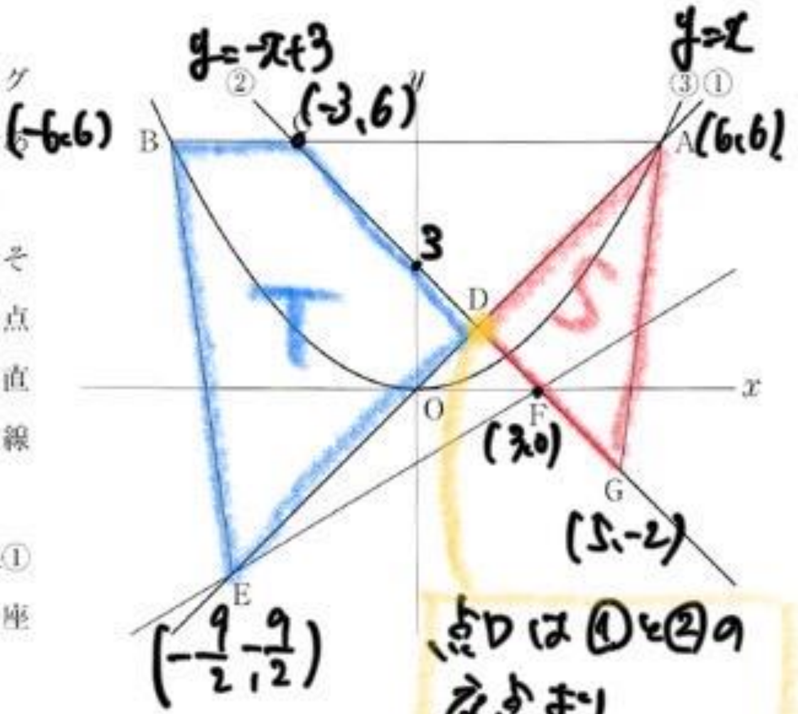
問4　右の図において，直線①は関数 $y=x$ のグラフ，直線②は関数 $y=-x+3$ のグラフであり，曲線③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線③との交点であり，その $x$ 座標は6である。点Bは曲線③上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行であり，点Cは直線②と線分ABとの交点である。点Dは直線①と直線②との交点である。

また，原点をOとするとき，点Eは直線①上の点でAO：OE＝4：3であり，その $x$ 座標は負である。

さらに，点Fは直線②と $x$ 軸との交点であり，点Gは直線②上の点で，その $x$ 座標は5である。

このとき，次の問いに答えなさい。




点Dは①と②の交点より

$$\begin{cases} y=x \\ y=-x+3 \end{cases}$$

$D\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$

(ウ)　三角形ADGの面積をS，四角形BEDCの面積をTとするとき，SとTの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

S　　　　　　　　T

$\triangle ACG - \triangle ACD$

$9\times 8\times\frac{1}{2}$　　$9\times 4.5\times\frac{1}{2}$

$= 36-\frac{81}{4}$

$= \frac{63}{4}$

$\triangle ABE - \triangle ACD$

$\left(6+\frac{9}{2}\right)\times 12\times\frac{1}{2} - \frac{81}{4}$

$= 36+27-\frac{81}{4}$

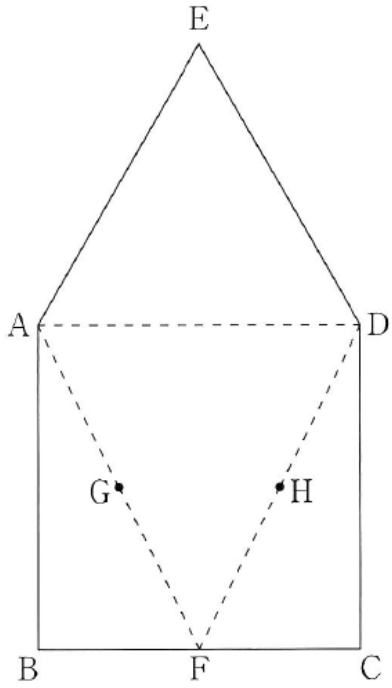
$= \frac{171}{4}$

$S:T = \frac{63}{4}:\frac{171}{4} = \underline{7:19}$

**問６**　右の図の五角形ABCDEはある三角すいの展開図であり，AB＝BC＝CD＝DE＝EA＝6 cm，∠B＝∠C＝90°である。

また，点Fは線分BCの中点であり，２点G，Hはそれぞれ線分AF，DFの中点である。

この展開図を３点B，C，Eが重なるように組み立てたときの三角すいについて，次の問いに答えなさい。




(ウ)　３点B，C，Eが重なった点をIとする。この三角すいの表面上に，点Gから辺AI，辺DIと交わるように点Hまで，長さが最も短くなるように線を引いたときの線の長さを求めなさい。

解答

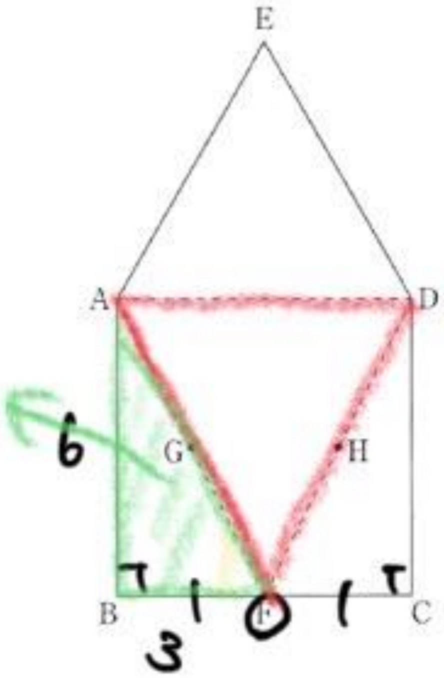
2020　問6ウ　0.5%

**問6**　右の図の五角形ABCDEはある三角すいの展開図であり，AB＝BC＝CD＝DE＝EA＝6 cm，∠B＝∠C＝90°である。

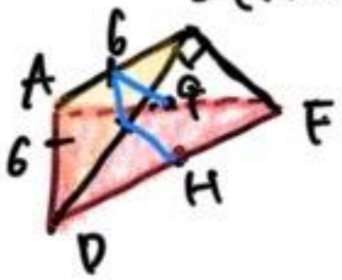
また，点Fは線分BCの中点であり，2点G，Hはそれぞれ線分AF，DFの中点である。

この展開図を3点B，C，Eが重なるように組み立てたときの三角すいについて，次の問いに答えなさい。

$AF=3\sqrt{5}$

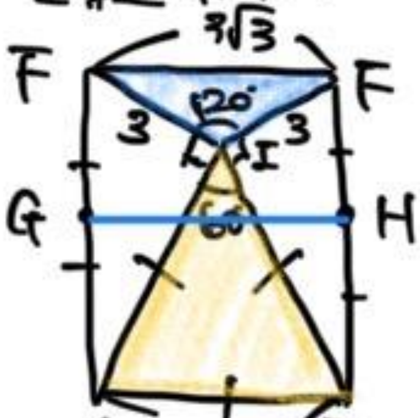



(ウ)　3点B，C，Eが重なった点をIとする。この三角すいの表面上に，点Gから辺AI，辺DIと交わるように点Hまで，長さが最も短くなるように線を引いたときの線の長さを求めなさい。

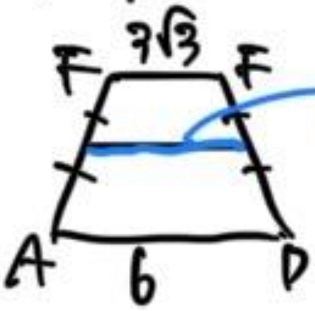



展開

二等辺三角形より




等脚台形より




$\frac{3\sqrt{3}+6}{2}$

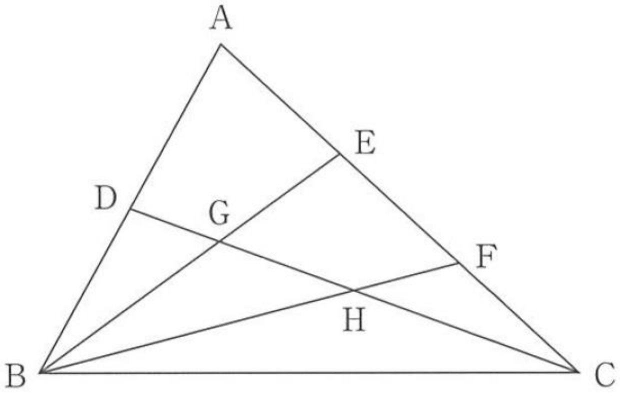
(イ) 右の図２のように，三角形ABCがあり，辺ABの中点をDとする。

また，辺ACを３等分した点のうち，点Aに近い点をE，点Cに近い点をFとする。

さらに，線分CDと線分BEとの交点をG，線分CDと線分BFとの交点をHとする。

三角形BGDの面積をS，四角形EGHFの面積をTとするとき，SとTの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

図２



解答　6：11

2019　問3イ　2.1%

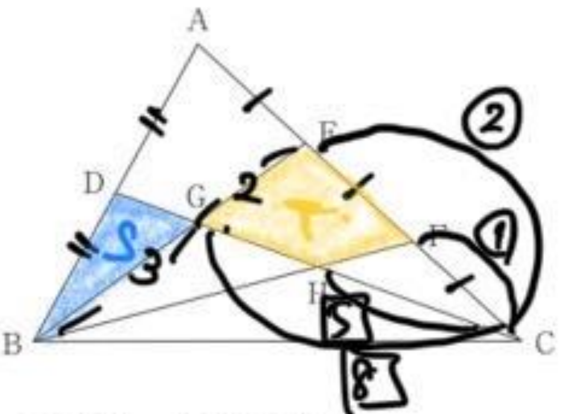
(イ) 右の図2のように，三角形ABCがあり，辺ABの中点をDとする。

また，辺ACを3等分した点のうち，点Aに近い点をE，点Cに近い点をFとする。

さらに，線分CDと線分BEとの交点をG，線分CDと線分BFとの交点をHとする。

三角形BGDの面積をS，四角形EGHFの面積をTとするとき，SとTの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

図2



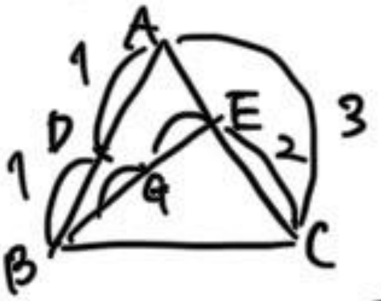

$\triangle BDG : \triangle BAE$

$1\times 3 : 5\times 2 = 3:10$

Sについて

$\triangle ABC \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{10}$

BG：GE は メネラウスの定理より



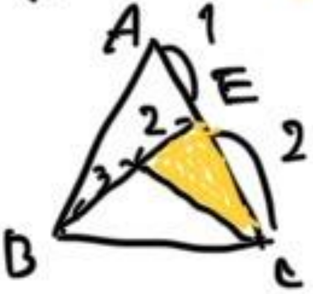

$\frac{DA}{BD} \times \frac{CE}{AC} \times \frac{GB}{EG} = 1$

$\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$

$\frac{1}{10} : \frac{11}{60}$

$= 6:11$

Tについて




$\triangle ABC \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{11}{16} = \frac{11}{60}$

GH：HC は.

$\frac{FE}{CF} \times \frac{BG}{EB} \times \frac{HC}{GH} = 1$

$\frac{1}{1}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}$

$\triangle CFH : \triangle CEG$

$1\times 5 : 2\times 8 = 5:16$

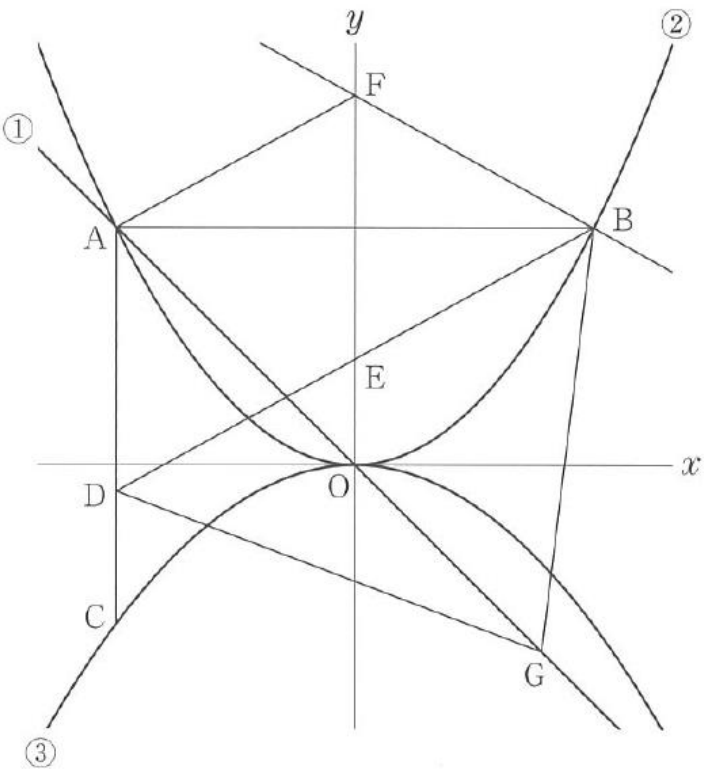
**問4**　右の図において，直線①は関数 $y=-x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，曲線③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点であり，その $x$ 座標は $-3$ である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。

また，点Cは曲線③上の点で，線分ACは $y$ 軸に平行であり，点Cの $y$ 座標は $-2$ である。点Dは線分AC上の点で，AD：DC＝2：1である。

さらに，点Eは線分BDと $y$ 軸との交点である。点Fは $y$ 軸上の点で，AD＝EFであり，その $y$ 座標は正である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。




(ウ)　点Gは直線①上の点である。三角形BDGの面積が四角形ADBFの面積と等しくなるとき，点Gの $x$ 座標を求めなさい。ただし，点Gの $x$ 座標は正とする。

2019　問4ウ　2.0%

問4　右の図において，直線①は関数 $y=-x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ，曲線③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と曲線②との交点であり，その $x$ 座標は $-3$ である。点Bは曲線②上の点で，線分ABは $x$ 軸に平行である。

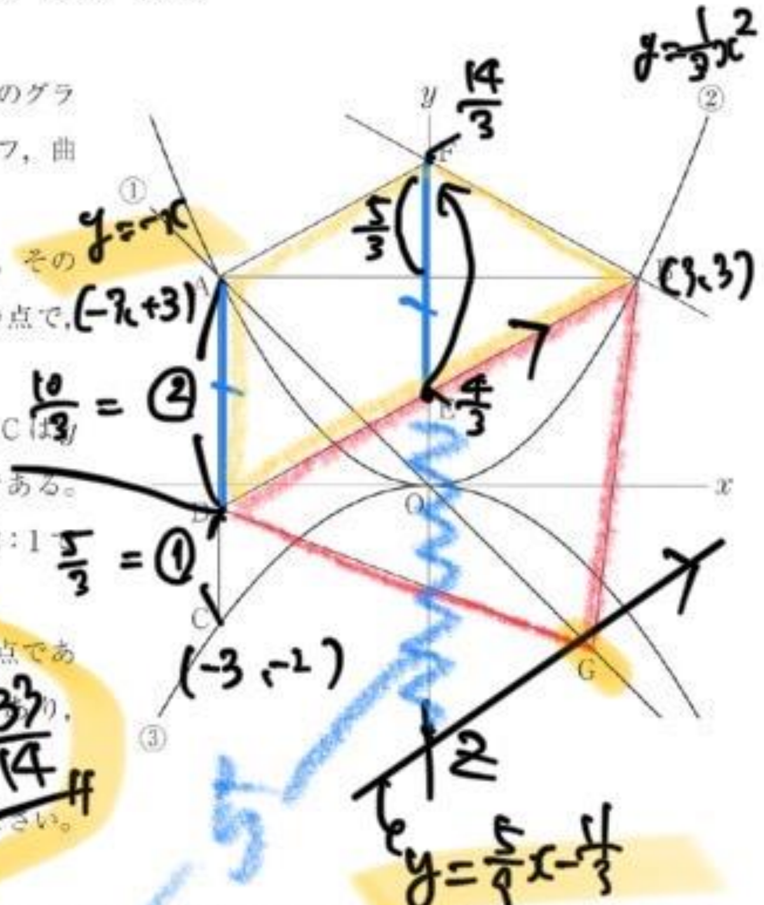
また，点Cは曲線③上の点で，線分ACは $y$ 軸に平行であり，点Cの $y$ 座標は $-2$ である。点Dは線分AC上の点で，AD：DC＝2：1である。

さらに，点Eは線分BDと $y$ 軸との交点である。点Fは $y$ 軸上の点で，AD＝EFであり，その $y$ 座標は正である。

原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。

点Gは交点

$$\begin{cases} y=-x \\ y=\frac{5}{9}x-\frac{11}{3} \end{cases} \quad x=\frac{33}{14}$$

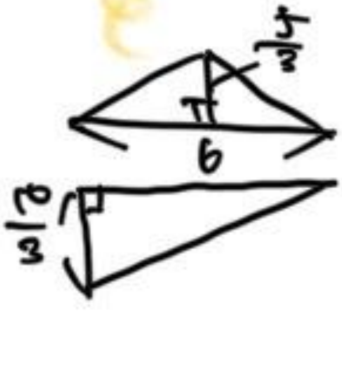



(ウ)　点Gは直線①上の点である。三角形BDGの面積が四角形ADBFの面積と等しくなるとき，点Gの $x$ 座標を求めなさい。ただし，点Gの $x$ 座標は正とする。

直線BDについて

B(3, 3)　D$(-3, -\frac{1}{3})$より

$y=\frac{5}{9}x+\frac{4}{3}$




$6\times\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}$
$+$
$6\times\frac{10}{3}\times\frac{1}{2}$
$=15$

△BDGは面積が15になればよいので

等積変形より

△BDG＝△BDZで　$6\times x\times\frac{1}{2}=15$

$x=5 \rightarrow Z(0, -\frac{11}{3})$

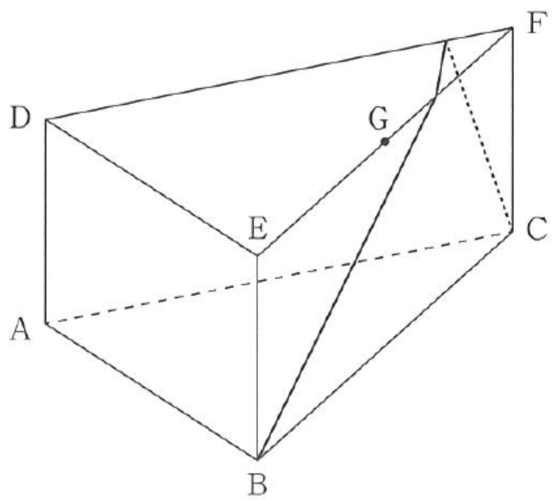
**問６**　右の図１は，AB＝3 cm，BC＝4 cm，∠ABC＝90°の直角三角形 ABC を底面とし，AD＝BE＝CF＝2 cm を高さとする三角柱である。

また，点 G は辺 EF の中点である。

このとき，次の問いに答えなさい。

(ウ)　この三角柱の表面上に，図２のように点 B から辺 EF，辺 DF と交わるように，点 C まで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図２



解答

2019　問6ウ　1.7%

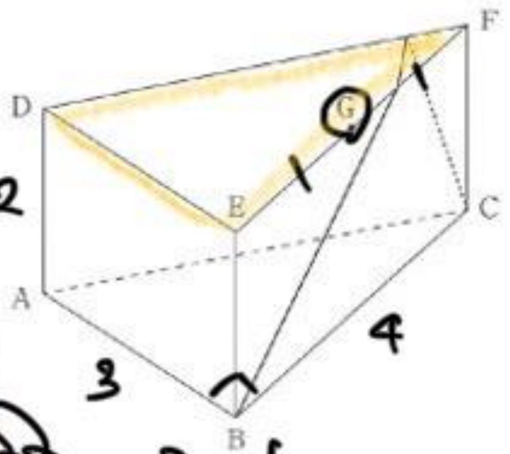
問6　右の図1は，AB＝3 cm，BC＝4 cm，∠ABC＝90°の直角三角形ABCを底面とし，AD＝BE＝CF＝2 cmを高さとする三角柱である。

また，点Gは辺EFの中点である。

このとき，次の問いに答えなさい。

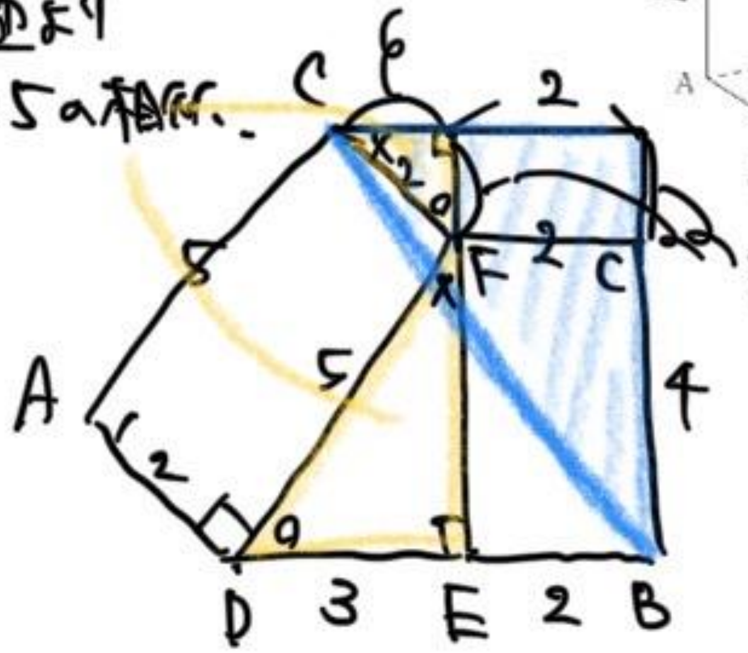
(ウ)　この三角柱の表面上に，図2のように点Bから辺EF，辺DFと交わるように，点Cまで線を引く。このような線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図2



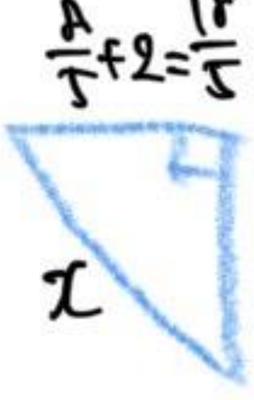

$4\times\frac{2}{5}=\frac{8}{5}$

斜辺より
2：5の相似。




$3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$

$\frac{8}{5}+2=\frac{18}{5}$




$\frac{6}{5}+4=\frac{26}{5}$

$x=\sqrt{\frac{324+676}{25}}=\sqrt{\frac{1000}{25}}$

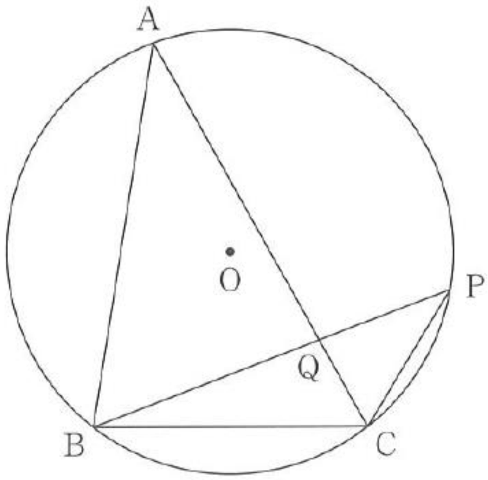
$=2\sqrt{10}$

**問７**　右の図１のように，円Ｏの周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃを，三角形ＡＢＣの辺が長い方から順にＡＣ，ＡＢ，ＢＣとなるようにとる。

また，点Ｂを含まない$\overset{\frown}{AC}$上に２点Ａ，Ｃとは異なる点Ｐをとり，線分ＡＣと線分ＢＰとの交点をＱとする。

このとき，次の問いに答えなさい。

図１




(イ)　点Ｐが，点Ｂを含まない$\overset{\frown}{AC}$上の２点Ａ，Ｃを除いた部分を動くとき，次の［　　］中の［　　］に適するものを書きなさい。ただし，「ＡＢ」を必ず用いること。

> 三角形ＡＢＱと三角形ＰＣＱは常に相似であり，ＡＢ＝ＣＰとなるとき，三角形ＡＢＱと三角形ＰＣＱは合同である。
>
> また，三角形ＡＢＱと三角形ＰＣＱがともに二等辺三角形となるのは，ＡＢ＝ＡＱのときや［　　　　］のときである。

解答　AB//PC

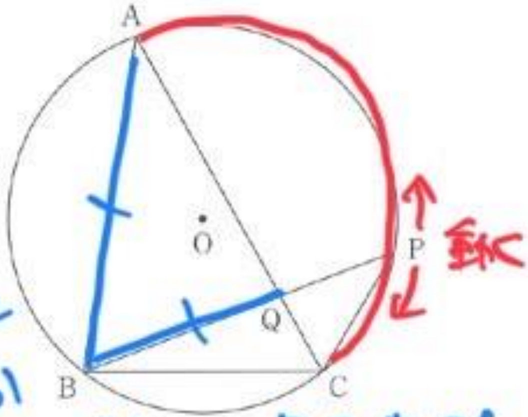
2019　問7イ　7.4%

問7　右の図1のように，円Oの周上に3点A，B，Cを，三角形ABCの辺が長い方から順にAC，AB，BCとなるようにとる。

また，点Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$上に2点A，Cとは異なる点Pをとり，線分ACと線分BPとの交点をQとする。

このとき，次の問いに答えなさい。

図1

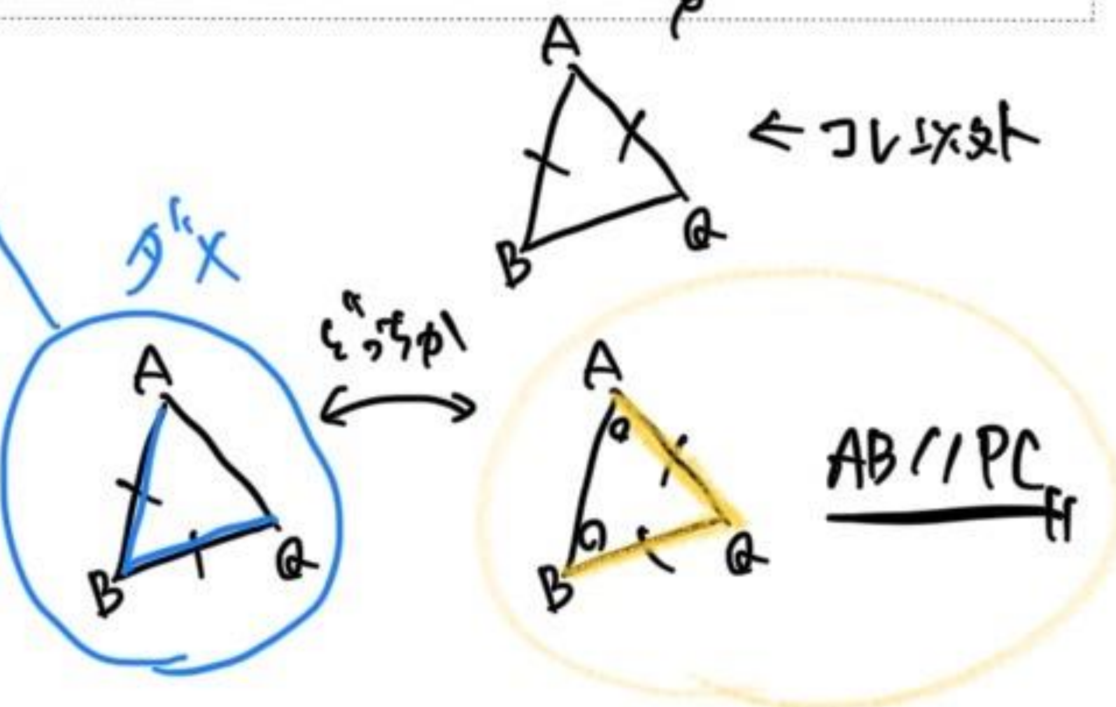



もしAB=BQとなると
弦ABは弦ABしか
等しくならない（点Qと点Aが一致
してしまう）

(イ)　点Pが，点Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$上の2点A，Cを除いた部分を動くとき，次の　　の中の　　に適するものを書きなさい。ただし，「AB」を必ず用いること。

三角形ABQと三角形PCQは常に相似であり，AB=CPとなるとき，三角形ABQと三角形PCQは合同である。

また，三角形ABQと三角形PCQがともに二等辺三角形となるのは，AB=AQのときや　　　　　のときである。



**問7**　右の図1のように，円Oの周上に3点A，B，Cを，三角形ABCの辺が長い方から順にAC，AB，BCとなるようにとる。

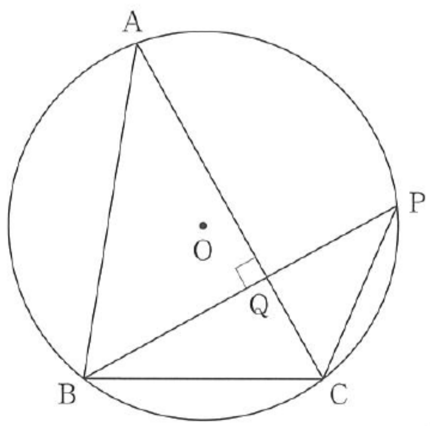
また，点Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$上に2点A，Cとは異なる点Pをとり，線分ACと線分BPとの交点をQとする。

このとき，次の問いに答えなさい。

(ウ)　図2のように，点Pを，線分ACと線分BPが垂直に交わるようにとる。

AB＝7cm，AC＝8cm，BC＝5cmのとき，線分BPの長さを求めなさい。

図2



解答　13√3 / 3

2019　問7ウ　2.4%

問7　右の図1のように，円Oの周上に3点A，B，Cを，三角形ABCの辺が長い方から順にAC，AB，BCとなるようにとる。

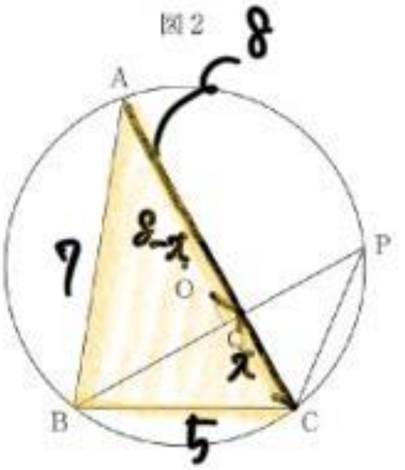
また，点Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$上に2点A，Cとは異なる点Pをとり，線分ACと線分BPとの交点をQとする。

このとき，次の問いに答えなさい。

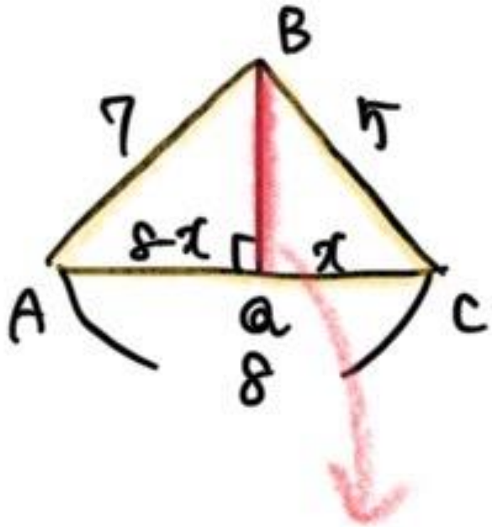
(ウ)　図2のように，点Pを，線分ACと線分BPが垂直に交わるようにとる。

AB＝7cm，AC＝8cm，BC＝5cmのとき，線分BPの長さを求めなさい。

図2




☆3辺がわかると、垂線もわかる




方べきの定理より

$BQ \times QP = AQ \times QC$

$\frac{5\sqrt{3}}{2} \times QP = \frac{11}{2} \times \frac{5}{2}$

$QP = \frac{11}{6}\sqrt{3}$

$BP = BQ + QP = \frac{13\sqrt{3}}{3}$

連立 $\begin{cases} \text{左}\quad 7^2 = BQ^2 + (8-x)^2 \\ \text{右}\quad 5^2 = BQ^2 + x^2 \end{cases}$

$7^2 - (8-x)^2 = 5^2 - x^2$

$x = \frac{5}{2} \longrightarrow BQ = \frac{5}{2}\sqrt{3}$

$AQ = \frac{11}{2}$