

連立方程式の計算 攻略法

1 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x+y=6 \cdots ① \\ x-y=0 \cdots ② \end{cases}$$

★
①+②

$$\begin{aligned} 2x &= 6 \\ x &= 3 \cdots ③ \end{aligned}$$

③を①に代入

$$\begin{aligned} 3+y &= 6 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$

$$(2) \begin{cases} 5x-2y=-1 \cdots ① \\ 5x-3y=1 \cdots ② \end{cases}$$

★
①-②

$$y=-2 \cdots ③$$

③を①に代入

$$\begin{aligned} 5x+4 &= -1 \\ 5x &= -5 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

$$(3) \begin{cases} 2x+y=6 \cdots ① \\ x-y=0 \cdots ② \end{cases}$$

★
①+②

$$\begin{aligned} 3x &= 6 \\ x &= 2 \cdots ③ \end{aligned}$$

③を①に代入

$$\begin{aligned} 4+y &= 6 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

$$(4) \begin{cases} 3x-2y=-9 \cdots ① \\ -3x-5y=-12 \cdots ② \end{cases}$$

★
①+②

$$\begin{aligned} -7y &= -21 \\ y &= 3 \cdots ③ \end{aligned}$$

③を①に代入

$$\begin{aligned} 3x-6 &= -9 \\ 3x &= -3 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

$$(5) \begin{cases} 4x+y=8 \cdots ① \\ 5x-2y=-3 \cdots ② \end{cases}$$

★
①×2

$$8x+2y=16 \cdots ③$$

②+③

$$\begin{aligned} 13x &= 13 \\ x &= 1 \cdots ④ \end{aligned}$$

④を①に代入

$$\begin{aligned} 4+y &= 8 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$

$$(6) \begin{cases} 2x-5y=4 \cdots ① \\ x+3y=-9 \cdots ② \end{cases}$$

★
②×2

$$2x+6y=-18 \cdots ③$$

①-③

$$\begin{aligned} -11y &= 22 \\ y &= -2 \cdots ④ \end{aligned}$$

④を①に代入

$$\begin{aligned} 2x+10 &= 4 \\ 2x &= -6 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$

$$(7) \begin{cases} -x+4y=5 \cdots ① \\ 4x-5y=-9 \cdots ② \end{cases}$$

★
①×4

$$-4x+16y=20 \cdots ③$$

②+③

$$\begin{aligned} 11y &= 11 \\ y &= 1 \cdots ④ \end{aligned}$$

④を②に代入

$$\begin{aligned} 4x-5 &= -9 \\ 4x &= -4 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$

$$(8) \begin{cases} 2x+3y=16 \cdots ① \\ 3x+2y=14 \cdots ② \end{cases}$$

★
①×3

$$6x+9y=48 \cdots ③$$

②×2

$$6x+4y=28 \cdots ④$$

③-④

$$\begin{aligned} 5y &= 20 \\ y &= 4 \cdots ⑤ \end{aligned}$$

⑤を①に代入

$$\begin{aligned} 2x+12 &= 16 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

答 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

② 次の連立方程式を代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} x+y=6 \cdots ① \\ y=2x \cdots ② \end{cases}$$

★

②を①に代入

$$x+2x=6$$

$$3x=6$$

$$x=2 \cdots ③$$

③を②に代入

$$y=2 \times 2$$

$$=4$$

答

$$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x=2y \cdots ① \\ x+y=9 \cdots ② \end{cases}$$

★

①を②に代入

$$2y+y=9$$

$$3y=9$$

$$y=3 \cdots ③$$

③を①に代入

$$x=2 \times 3$$

$$=6$$

答

$$\begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} y=3x \cdots ① \\ -x+2y=-10 \cdots ② \end{cases}$$

★

①を②に代入

$$-x+6x=-10$$

$$5x=-10$$

$$x=-2 \cdots ③$$

③を①に代入

$$y=3 \times (-2)$$

$$=-6$$

答

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=-6 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 3x+4y=10 \cdots ① \\ x=-2y \cdots ② \end{cases}$$

★

②を①に代入

$$3 \times (-2y) + 4y = 10$$

$$-6y + 4y = 10$$

$$-2y = 10$$

$$y = -5 \cdots ③$$

③を②に代入

$$x = -2 \times (-5)$$

$$=10$$

答

$$\begin{cases} x=10 \\ y=-5 \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} 2y-x=-1 \cdots ① \\ x=3y-2 \cdots ② \end{cases}$$

★

②を①に代入

$$2y-(3y-2)=-1$$

$$2y-3y+2=-1$$

$$-y=-3$$

$$y=3 \cdots ③$$

③を②に代入

$$x=3 \times 3 - 2$$

$$=9-2$$

$$=7$$

答

$$\begin{cases} x=7 \\ y=3 \end{cases}$$

$$(6) \begin{cases} x=y+1 \cdots ① \\ -x+2y=4 \cdots ② \end{cases}$$

★

①を②に代入

$$-(y+1)+2y=4$$

$$-y-1+2y=4$$

$$y=5 \cdots ③$$

③を①に代入

$$x=5+1$$

$$=6$$

答

$$\begin{cases} x=6 \\ y=5 \end{cases}$$

$$(7) \begin{cases} x+4y=8 \cdots ① \\ -2x+5y=-3 \cdots ② \end{cases}$$

★

①より

$$x=-4y+8 \cdots ③$$

③を②に代入

$$-2(-4y+8)+5y=-3$$

$$8y-16+5y=-3$$

$$13y=13$$

$$y=1 \cdots ④$$

④を③に代入

$$x=-4+8$$

$$=4$$

答

$$\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$$

$$(8) \begin{cases} 4x-5y=9 \cdots ① \\ x-4y=5 \cdots ② \end{cases}$$

★

②より

$$x=4y+5 \cdots ③$$

③を①に代入

$$4(4y+5)-5y=9$$

$$16y+20-5y=9$$

$$11y=-11$$

$$y=-1 \cdots ④$$

④を③に代入

$$x=4 \times (-1) + 5$$

$$=-4+5$$

$$=1$$

答

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

③ 次の連立方程式を代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 4y-3x-18=0 \cdots① \\ 2x+y+1=0 \cdots② \end{cases}$$

★

①より

$$-3x+4y=18 \cdots③$$

②より

$$2x+y=-1 \cdots④$$

④×4

$$8x+4y=-4 \cdots⑤$$

③-⑤

$$-11x=22$$

$$x=-2 \cdots⑥$$

⑥を②に代入

$$2 \times (-2) + y + 1 = 0$$

$$-4 + y + 1 = 0$$

$$y = 3$$

答

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x-2y+8=0 \cdots① \\ 2x-(x-y)=1 \cdots② \end{cases}$$

★

①より

$$x-2y=-8 \cdots③$$

②より

$$2x-x+y=1$$

$$x+y=1 \cdots④$$

③-④

$$-3y=-9$$

$$y=3 \cdots⑤$$

⑤を④に代入

$$x+3=1$$

$$x=-2$$

答

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x+3y=12-2(x+y) \cdots① \\ x-2y+10=0 \cdots② \end{cases}$$

★

①より

$$2x+3y=12-2x-2y$$

$$4x+5y=12 \cdots③$$

②より

$$x-2y=-10 \cdots④$$

④×4

$$4x-8y=-40 \cdots⑤$$

③-⑤

$$13y=52$$

$$y=4 \cdots⑥$$

⑥を④に代入

$$x-8=-10$$

$$x=-2$$

答

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 3(x-2)-2y=-3 \cdots① \\ 6x-3y=2y \cdots② \end{cases}$$

★

①より

$$3x-6-2y=-3$$

$$3x-2y=3 \cdots③$$

②より

$$6x-5y=0 \cdots④$$

③×2

$$6x-4y=6 \cdots⑤$$

④-⑤

$$-y=-6$$

$$y=6 \cdots⑥$$

⑥を④に代入

$$6x-30=0$$

$$6x=30$$

$$x=5$$

答

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 6 \end{cases}$$

4 次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} -0.5x+1.8y=4 \cdots① \\ 0.6y-0.2x=1 \cdots② \end{cases}$$

★

$$① \times 10 \\ -5x+18y=40 \cdots③$$

$$② \times 10 \\ 6y-2x=10 \\ -2x+6y=10 \cdots④$$

$$④ \times 3 \\ -6x+18y=30 \cdots⑤$$

$$③ - ⑤ \\ x=10 \cdots⑥$$

$$⑥ \text{を} ④ \text{に代入} \\ -20+6y=10 \\ 6y=30 \\ y=5$$

答

$$\begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 0.6x+0.1y=2.3 \cdots① \\ 0.2x+0.4y=2.6 \cdots② \end{cases}$$

★

$$① \times 10 \\ 6x+y=23 \cdots③$$

$$② \times 10 \\ 2x+4y=26 \cdots④$$

$$④ \times 3 \\ 6x+12y=78 \cdots⑤$$

$$⑤ - ③ \\ 11y=55 \\ y=5 \cdots⑥$$

$$⑥ \text{を} ③ \text{に代入} \\ 6x+5=23 \\ 6x=18 \\ x=3$$

答

$$\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x+2y=7 \cdots① \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=2 \cdots② \end{cases}$$

★

$$② \times 6 \\ 2x+3y=12 \cdots③$$

$$① \times 2 \\ 2x+4y=14 \cdots④$$

$$③ - ④ \\ -y=-2 \\ y=2 \cdots⑤$$

$$⑤ \text{を} ① \text{に代入} \\ x+4=7 \\ x=3$$

答

$$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x-3y=4 \cdots① \\ \frac{2}{5}x-\frac{3}{2}y=1 \cdots② \end{cases}$$

★

$$② \times 10 \\ 4x-15y=10 \cdots③$$

$$① \times 4 \\ 4x-12y=16 \cdots④$$

$$③ - ④ \\ -3y=-6 \\ y=2 \cdots⑤$$

$$⑤ \text{を} ① \text{に代入} \\ x-6=4 \\ x=10$$

答

$$\begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases}$$

連立方程式の応用

$$\begin{cases} \text{おとうさん} = \text{父} \\ \text{お母さん} = \text{母} \end{cases}$$

- ① 連立方程式の文章問題は、上のように同じものを
= で結んだ式を2つつくることである。
- ② 求めたいものを x , y と置き、
方程式を2つつくる。
- ③ 連立方程式を解く。
- ④ 答えは、設問の求めているもの
を正確に書く。

個数と代金の問題

例題

1個80円のりんごと1個50円のみかんを合わせて12個買い、810円払いました。りんごとみかんをそれぞれ何個買いましたか。

考え方 ☆ りんごとみかんの個数をそれぞれ x 個, y 個とする。

① 個数の関係から、1つ目の方程式をつくる。

「(りんごの個数) + (みかんの個数) = (あわせた個数)」

② 代金の関係から、2つ目の方程式をつくる。

「(りんごの代金) + (みかんの代金) = (あわせた代金)」

解法

りんごとみかんの個数をそれぞれ x 個, y 個とする。

式

$$\begin{cases} x + y = 12 & \cdots\cdots\text{①} \\ 80x + 50y = 810 & \cdots\cdots\text{②} \rightarrow (\text{両辺を10でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 12 & \rightarrow (\text{両辺に8をかける}) \\ 8x + 5y = 81 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x + 8y = 96 & \cdots\cdots\text{①}' \\ 8x + 5y = 81 & \cdots\cdots\text{②}' \end{cases}$$

①' - ②' をして x を消去する。

$$\begin{aligned} 3y &= 15 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

①' に $y=5$ を代入する。

$$\begin{aligned} x + 5 &= 12 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

答 りんご 7 個
みかん 5 個

実践問題

1 1本80円の鉛筆と1本100円のボールペンを合わせて10本買って、860円払った。鉛筆とボールペンをそれぞれ何本買いましたか。

★鉛筆を x 本、ボールペンを y 本買ったとする。

$$\begin{cases} x+y=10 & \dots\text{①} \\ 80x+100y=860 & \dots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 100 - \text{②} \\ 100x+100y=1000 \\ -)80x+100y=860 \\ \hline 20x \quad =140 \\ x=7 \end{array}$$

$x=7$ を①に代入する

$$\begin{array}{l} 7+y=10 \\ y=3 \end{array}$$

答	鉛筆	7	本
	ボールペン	3	本

2 80円切手と50円切手を合わせて10枚買ったところ、代金の合計が620円であった。80円切手と50円切手をそれぞれ何枚ずつ買いましたか。

★80円切手を x 枚、50円切手を y 枚買ったとする。

$$\begin{cases} x+y=10 & \dots\text{①} \\ 80x+50y=620 & \dots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 80 - \text{②} \\ 80x+80y=800 \\ -)80x+50y=620 \\ \hline 30y=180 \\ y=6 \end{array}$$

$y=6$ を①に代入する

$$\begin{array}{l} x+6=10 \\ x=4 \end{array}$$

答	80円切手	4	枚
	50円切手	6	枚

3 1個100円のりんごと1個60円のみかんを合わせて10個買って、300円のかごに入れてもらった。代金の合計が1020円になった。りんごとみかんをそれぞれ何個買いましたか。

★りんごを x 個、みかんを y 個買ったとする。

$$\begin{cases} x+y=10 & \dots\text{①} \\ 100x+60y+300=1020 & \dots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=10 & \dots\text{①} \\ 100x+60y=720 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 100 - \text{②}' \\ 100x+100y=1000 \\ -)100x+60y=720 \\ \hline 40y=280 \\ y=7 \end{array}$$

$y=7$ を①に代入する

$$\begin{array}{l} x+7=10 \\ x=3 \end{array}$$

答	りんご	3	個
	みかん	7	個

4 1本30円の鉛筆と1本50円の鉛筆を合わせて10本と、240円の筆入れを買ったところ、代金の合計が600円になった。鉛筆をそれぞれ何本ずつ買いましたか。

★1本30円の鉛筆を x 本、50円の鉛筆を y 本買ったとする。

$$\begin{cases} x+y=10 & \dots\text{①} \\ 30x+50y+240=600 & \dots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=10 & \dots\text{①} \\ 30x+50y=360 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 50 - \text{②}' \\ 50x+50y=500 \\ -)30x+50y=360 \\ \hline 20x \quad =140 \\ x=7 \end{array}$$

$x=7$ を①に代入する

$$\begin{array}{l} 7+y=10 \\ y=3 \end{array}$$

答	30円	7	本
	50円	3	本

代金の式を2つたてる問題

例題

ある博物館に入るには、中学生4人と大人3人では3400円、中学生5人と大人2人では3200円かかります。中学生1人、大人1人の入館料はそれぞれいくらですか。

考え方 ☆ 中学生1人、大人1人の入館料をそれぞれ x 円、 y 円とする。

- ① 合計3400円になることから1つ目の方程式をつくる。

$$\text{「(中学生4人分の料金) + (大人3人分の料金) = 3400円」}$$

- ② 合計3200円になることから2つ目の方程式をつくる。

$$\text{「(中学生5人分の料金) + (大人2人分の料金) = 3200円」}$$

解法

中学生1人、大人1人の入館料をそれぞれ x 円、 y 円とする。

式

$$\begin{cases} 4x + 3y = 3400 \quad \cdots \text{①} \\ 5x + 2y = 3200 \quad \cdots \text{②} \end{cases}$$

- ① \times 2 - ② \times 3 で y を消去する。

$$\begin{array}{r} 8x + 6y = 6800 \\ -) 15x + 6y = 9600 \\ \hline -7x \quad = -2800 \\ x = 400 \end{array}$$

- ①に $x=400$ を代入する。

$$\begin{array}{l} 4 \times 400 + 3y = 3400 \\ 3y = 1800 \\ y = 600 \end{array}$$

答 中学生 1人 400 円
大人 1人 600 円

実 践 問 題

1 鉛筆2本と消しゴム3個の代金は350円、鉛筆4本と消しゴム2個の代金は340円である。このとき、鉛筆1本と消しゴム1個の代金をそれぞれ求めなさい。

★
鉛筆1本、消しゴム1個の代金をそれぞれ x 円、 y 円とする。

$$\begin{cases} 2x+3y=350 \cdots\text{①} \\ 4x+2y=340 \cdots\text{②} \end{cases}$$

① $\times 2 -$ ②

$$\begin{array}{r} 4x+6y=700 \\ -)4x+2y=340 \\ \hline 4y=360 \\ y=90 \end{array}$$

$y=90$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 2x+3 \times 90=350 \\ 2x=80 \\ x=40 \end{array}$$

	答	鉛筆	40		円
		消しゴム	90		円

2 大きさの違う2種類の画用紙A, Bがある。A3枚とB2枚を買うと130円、A4枚とB3枚を買うと180円である。このとき、A1枚とB1枚の値段をそれぞれ求めなさい。

★
A1枚、B1枚の値段をそれぞれ x 円、 y 円とする。

$$\begin{cases} 3x+2y=130 \cdots\text{①} \\ 4x+3y=180 \cdots\text{②} \end{cases}$$

① $\times 3 -$ ② $\times 2$

$$\begin{array}{r} 9x+6y=390 \\ -)8x+6y=360 \\ \hline x=30 \end{array}$$

$x=30$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 3 \times 30+2y=130 \\ 2y=40 \\ y=20 \end{array}$$

	答	A	30		円
		B	20		円

3 バラ5本とかすみ草3本では1600円、バラ2本とかすみ草1本では610円である。バラ1本とかすみ草1本の値段をそれぞれ求めなさい。

★
バラ1本とかすみ草1本の値段をそれぞれ x 円、 y 円とする。

$$\begin{cases} 5x+3y=1600 \cdots\text{①} \\ 2x+y=610 \cdots\text{②} \end{cases}$$

② $\times 3 -$ ①

$$\begin{array}{r} 6x+3y=1830 \\ -)5x+3y=1600 \\ \hline x=230 \end{array}$$

$x=230$ を②に代入する

$$\begin{array}{r} 2 \times 230+y=610 \\ y=150 \end{array}$$

	答	バラ	230		円
		かすみ草	150		円

4 缶詰A, Bがある。Aを3個、Bを2個買うときの代金は1400円、Aを6個、Bを3個買うときの代金は2550円である。A1個とB1個の値段をそれぞれ求めなさい。

★
A1個、B1個の値段をそれぞれ x 円、 y 円とする。

$$\begin{cases} 3x+2y=1400 \cdots\text{①} \\ 6x+3y=2550 \cdots\text{②} \end{cases}$$

① $\times 2 -$ ②

$$\begin{array}{r} 6x+4y=2800 \\ -)6x+3y=2550 \\ \hline y=250 \end{array}$$

$y=250$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 3x+2 \times 250=1400 \\ 3x=900 \\ x=300 \end{array}$$

	答	A	300		円
		B	250		円

入れかえた数の問題

例題

2けたの正の整数がある。この整数の各位の数の和は5で、また、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる整数は、もとの整数より9大きいという。もとの整数を求めなさい。

考え方

おぼえよう!!

2けたの整数 $\rightarrow 10x + y$

3けたの整数 $\rightarrow 100x + 10y + z$

- ① 2けたの整数を $10x + y$ とする。
- ② 十の位の数は x ，一の位の数は y である。

③ もとの整数 $10 \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline y \\ \hline \end{array}$
入れかえた整数 $10 \begin{array}{|c|} \hline y \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array}$

解法

2けたの正の整数を $10x + y$ とする。

$$\begin{cases} x + y = 5 & \dots ① \\ 10y + x = 10x + y + 9 & \dots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -9x + 9y = 9 \rightarrow (\text{両辺を}-9\text{でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 5 & \dots ① \\ x - y = -1 & \dots ②' \end{cases}$$

①+②'をして、 y を消去する。

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

①に $x = 2$ を代入する。

$$2 + y = 5$$

$$y = 3$$

もとの整数は、 $10 \times 2 + 3 = 23$

答 23

実 践 問 題

1 2けたの正の整数がある。この整数の各位の数の和は6で、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる整数は、もとの整数より18大きいという。もとの整数を求めなさい。

★
十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの正の整数は、 $10x+y$ 、入れかえた整数は、 $10y+x$ と表せる。

$$\begin{cases} x+y=6 & \dots\textcircled{1} \\ 10y+x=10x+y+18 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を変形

$$-9x+9y=18 \rightarrow (\text{両辺を}-9\text{でわる})$$

$$x-y=-2$$

$$\begin{cases} x+y=6 & \dots\textcircled{1} \\ x-y=-2 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①+②'

$$x+y=6$$

$$+)x-y=-2$$

$$\hline 2x = 4$$

$$x=2$$

$x=2$ を①に代入する

$$2+y=6$$

$$y=4$$

答 24

2 2けたの正の整数がある。この整数の各位の数の和は8で、十の位と一の位の数を入れかえると、もとの整数より18大きくなるという。もとの整数を求めなさい。

★
十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの正の整数は、 $10x+y$ 、入れかえた整数は、 $10y+x$ と表せる。

$$\begin{cases} x+y=8 & \dots\textcircled{1} \\ 10y+x=10x+y+18 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を変形

$$-9x+9y=18 \rightarrow (\text{両辺を}-9\text{でわる})$$

$$x-y=-2$$

$$\begin{cases} x+y=8 & \dots\textcircled{1} \\ x-y=-2 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①+②'

$$x+y=8$$

$$+)x-y=-2$$

$$\hline 2x = 6$$

$$x=3$$

$x=3$ を①に代入する

$$3+y=8$$

$$y=8-3$$

$$y=5$$

答 35

3 2けたの正の整数がある。この整数の各位の数の和は9で、十の位の数と一の位の数を入れかえた整数は、もとの整数の2倍より9小さい。もとの整数を求めなさい。

★
十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの正の整数は、 $10x+y$ 、入れかえた整数は、 $10y+x$ と表せる。

$$\begin{cases} x+y=9 & \dots\textcircled{1} \\ 10y+x=2(10x+y)-9 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を変形

$$10y+x=20x+2y-9$$

$$-19x+8y=-9$$

$$\begin{cases} x+y=9 & \dots\textcircled{1} \\ -19x+8y=-9 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①×8-②'

$$8x+8y=72$$

$$-)-19x+8y=-9$$

$$\hline 27x = 81$$

$$x=3$$

$x=3$ を①に代入する

$$3+y=9$$

$$y=6$$

答 36

4 2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数は、一の位の数より2だけ小さい。この自然数を2倍した数から、もとの自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数をひいたところ、17になったという。もとの自然数を求めなさい。

★
十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの自然数は、 $10x+y$ 、入れかえた自然数は、 $10y+x$ と表せる。

$$\begin{cases} x=y-2 & \dots\textcircled{1} \\ 2(10x+y)-(10y+x)=17 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を変形

$$20x+2y-10y-x=17$$

$$19x-8y=17$$

$$\begin{cases} x=y-2 & \dots\textcircled{1} \\ 19x-8y=17 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①を②'に代入する

$$19(y-2)-8y=17$$

$$19y-38-8y=17$$

$$11y=55$$

$$y=5$$

$y=5$ を①に代入する

$$x=5-2$$

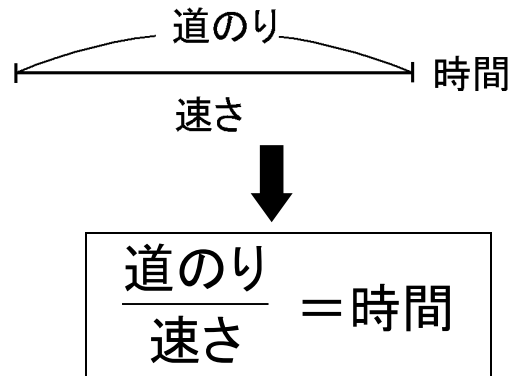
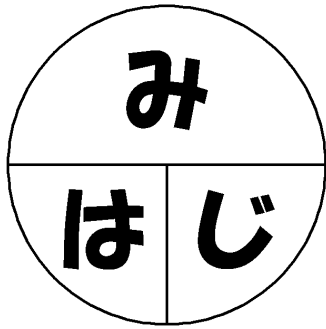
$$x=3$$

答 35

距離・速さ・時間の問題(1)

～ ①途中で速さが変わる問題 ～

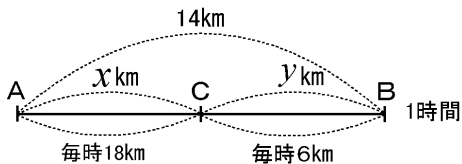
ポイント 図を書こう。図がそのまま式になる!!



例題

A地から14km離れたB地へ行くのに、途中のC地までは自転車で、C地からは歩いて行ったら、1時間かかった。自転車の速さを毎時18km、歩く速さを毎時6kmとして、A地からC地までの道のり、C地からB地までの道のりをそれぞれ求めなさい。

考え方



● 図を書く。

● A地からC地までの道のりを x km, C地からB地までの道のりを y kmとする。

↓ 図がそのまま式になっている

解法

$$\begin{cases} x + y = 14 & \dots ① \\ \frac{x}{18} + \frac{y}{6} = 1 & \dots ② \rightarrow (\text{両辺に18をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 14 & \dots ① \\ x + 3y = 18 & \dots ②' \end{cases}$$

①-②' より, x を消去する

$$\begin{aligned} -2y &= -4 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

①に $y=2$ を代入する

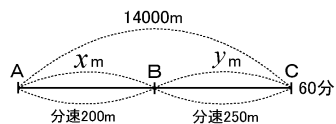
$$\begin{aligned} x + 2 &= 14 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

答 A地からC地 12 km
C地からB地 2 km

実践問題

1 A地からB地を通ってC地に行く道のりは14000mである。ある人が自転車に乗って、この道をA地からC地まで行くのに、A地から途中のB地までは分速200m、B地からC地までは分速250mで走って、全体で60分かかったという。A地からB地までとB地からC地までの道のりはそれぞれ何mですか。

★ AB間とBC間の道のりをそれぞれ x m, y m とする。



$$\begin{aligned} \text{①} - \text{②} \\ \begin{cases} x + y = 14000 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{200} + \frac{y}{250} = 60 & \dots \text{②} \end{cases} \\ \begin{aligned} 5x + 5y &= 70000 \\ -) 5x + 4y &= 60000 \\ \hline y &= 10000 \end{aligned} \end{aligned}$$

→ ②の両辺に1000をかける

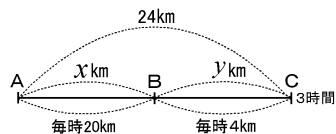
$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 14000 \\ 5x + 4y = 60000 \end{cases} \\ \begin{aligned} y = 10000 \text{ を①に代入} \\ \text{する} \\ x + 10000 = 14000 \\ \hline x = 4000 \end{aligned} \end{aligned}$$

→ ①の両辺に5をかける

答	AB間	4000	m
	BC間	10000	m

2 ある人が、A地からB地を通って24kmはなれたC地まで行った。AB間は自転車で毎時20km、BC間は歩いて毎時4kmの速さで行ったら、全部で3時間かかったという。A地からB地までとB地からC地までの道のりをそれぞれ求めなさい。

★ AB間とBC間の道のりをそれぞれ x km, y km とする。



$$\begin{aligned} \text{②}' - \text{①} \\ \begin{cases} x + y = 24 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 3 & \dots \text{②} \end{cases} \\ \begin{aligned} x + 5y &= 60 \\ -) x + y &= 24 \\ \hline 4y &= 36 \\ y &= 9 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = 24 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 3 & \dots \text{②} \end{cases}$$

→ ②の両辺に20をかける

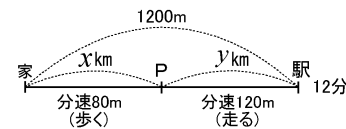
$$\begin{cases} x + y = 24 & \dots \text{①} \\ x + 5y = 60 & \dots \text{②}' \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y = 9 \text{ を①に代入する} \\ \begin{aligned} x + 9 &= 24 \\ x &= 24 - 9 \\ x &= 15 \end{aligned} \end{aligned}$$

答	AB間	15	km
	BC間	9	km

3 Aさんが家から1200m離れた駅まで行くのに、はじめは分速80mで歩き、途中から分速120mで走ったところ12分かかった。Aさんが歩いた距離と走った距離をそれぞれ求めなさい。

★ Aさんが歩いた距離と走った距離をそれぞれ x m, y m とする。



$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 1200 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{80} + \frac{y}{120} = 12 & \dots \text{②} \end{cases} \\ \text{②}' - \text{①} \\ \begin{aligned} 3x + 2y &= 2880 \\ -) 2x + 2y &= 2400 \\ \hline x &= 480 \end{aligned} \end{aligned}$$

→ ②の両辺に240をかける

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 1200 & \dots \text{①} \\ 3x + 2y = 2880 & \dots \text{②}' \end{cases} \\ x = 480 \text{ を①に代入する} \\ \begin{aligned} 480 + y &= 1200 \\ y &= 720 \end{aligned} \end{aligned}$$

→ ①の両辺に2をかける

答	歩いた距離	480	m
	走った距離	720	m

4 家から15km離れた公園へ行くのに、はじめ自転車に乗って毎時10kmの速さで走り、途中からは毎時4kmの速さで歩いたら、全部で2時間15分かかった。自転車に乗った距離、歩いた距離をそれぞれ求めなさい。

★ 自転車に乗った距離と歩いた距離をそれぞれ x km, y km とする。



$$\begin{cases} x + y = 15 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{10} + \frac{y}{4} = \frac{9}{4} & \dots \text{②} \end{cases}$$

→ ②の両辺に20をかける

注意 2時間15分 = $2\frac{1}{4}$ 時間 = $\frac{9}{4}$ 時間

$$\begin{aligned} \text{①} - \text{②}' \\ \begin{cases} x + y = 15 & \dots \text{①} \\ 2x + 5y = 45 & \dots \text{②}' \end{cases} \\ \begin{aligned} 2x + 2y &= 30 \\ -) 2x + 5y &= 45 \\ \hline -3y &= -15 \\ y &= 5 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = 5 \text{ を①に代入する} \\ \begin{aligned} x + 5 &= 15 \\ x &= 10 \end{aligned} \end{aligned}$$

答	自転車	10	km
	歩き	5	km

距離・速さ・時間の問題(2)

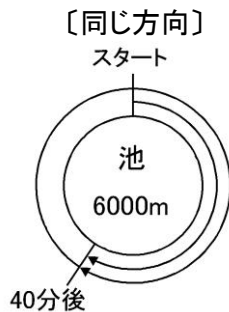
～ ②池のまわりの問題 ～

例題

池のまわりに1周6000mの道がある。この道を花子さんは自転車で、太郎君は徒歩でまわることにした。同じ地点から同じ方向に同時に出発したところ、40分後に花子さんは1周してきて、太郎君に追いついた。追いついた地点から、今度はたがいに反対の方向へ同時に出発したところ、24分後に2人は出会った。花子さん、太郎君の速さをそれぞれ求めなさい。

考え方 ☆ 花子さん、太郎君の速さをそれぞれ、毎分 x m、毎分 y m とする。

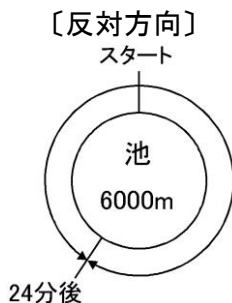
ア 花子さんが太郎君に追いつく。 → 2人の動いた距離の差 = 池のまわり1周分



$$(\text{花子さんの動いた距離}) - (\text{太郎君の動いた距離}) = 6000\text{m}$$

$$40x - 40y = 6000$$

イ 花子さんと太郎君が出会う。 → 2人の動いた距離の和 = 池のまわり1周分



$$(\text{花子さんの動いた距離}) + (\text{太郎君の動いた距離}) = 6000\text{m}$$

$$24x + 24y = 6000$$

解法

$$\begin{cases} 40x - 40y = 6000 \cdots \text{①} & \rightarrow (\text{両辺を40でわる}) \\ 24x + 24y = 6000 \cdots \text{②} & \rightarrow (\text{両辺を24でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 150 \cdots \text{①}' \\ x + y = 250 \cdots \text{②}' \end{cases}$$

①' + ②' より、 y を消去する

$$2x = 400$$

$$x = 200$$

②' に $x = 200$ を代入する

$$200 + y = 250$$

$$y = 50$$

答 花子さん 毎分 200 m
太郎君 毎分 50 m

実践問題

1 周囲3000mの池をA, B2人がまわるのに、同時に同じ場所を出発して、反対の方向にまわると15分で出会い、同じ方向だと75分でAがBにちょうど1周差をつけるという。このとき、A, Bの速さをそれぞれ求めなさい。

★ A, Bの速さをそれぞれ毎分 x m, 毎分 y mとする。

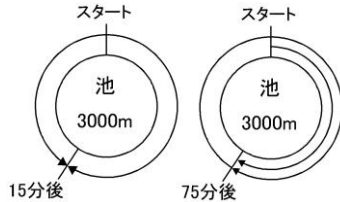
$$\begin{cases} 15x+15y=3000 & \dots ① \\ 75x-75y=3000 & \dots ② \end{cases}$$

→ ①の両辺を15でわる
→ ②の両辺を75でわる

$$\begin{cases} x+y=200 & \dots ①' \\ x-y=40 & \dots ②' \end{cases}$$

①' + ②'

$$\begin{array}{r} x+y=200 \\ +)x-y=40 \\ \hline 2x=240 \\ x=120 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} x=120 \text{ を} \\ ①' \text{ に代入する} \\ 120+y=200 \\ y=80 \end{array}$$

答 A 毎分 120 m

B 毎分 80 m

2 周りの長さが4000mの公園がある。この公園をA君は自転車で、Bさんは徒歩で同時に同じ場所を出発した。反対の方向にまわると20分で出会い、同じ方向にまわると40分でA君がBさんを1周追いぬくという。A君, Bさんの速さをそれぞれ求めなさい。

★ A君, Bさんの速さをそれぞれ毎分 x m, 毎分 y mとする。

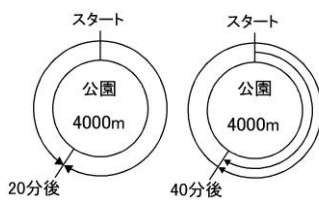
$$\begin{cases} 20x+20y=4000 & \dots ① \\ 40x-40y=4000 & \dots ② \end{cases}$$

→ ①の両辺を20でわる
→ ②の両辺を40でわる

$$\begin{cases} x+y=200 & \dots ①' \\ x-y=100 & \dots ②' \end{cases}$$

①' + ②'

$$\begin{array}{r} x+y=200 \\ +)x-y=100 \\ \hline 2x=300 \\ x=150 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} x=150 \text{ を} \\ ①' \text{ に代入する} \\ 150+y=200 \\ y=50 \end{array}$$

答 A君 毎分 150 m

Bさん 毎分 50 m

3 湖のまわりに1周6kmの道がある。この道をA君は自転車で、B君は徒歩でまわることにした。同じ地点から同じ方向に同時に出発したところ、40分後にA君は1周してきてB君に追いついた。追いついた地点から、今度はたがいに反対の方向へ同時に出発したところ、24分後に2人は出会った。A君, B君の速さをそれぞれ求めなさい。

★ A君, B君の速さをそれぞれ毎分 x m, 毎分 y mとする。

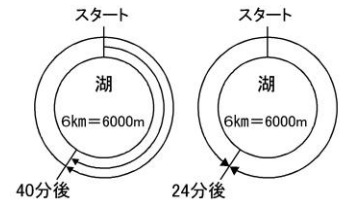
$$\begin{cases} 40x-40y=6000 & \dots ① \\ 24x+24y=6000 & \dots ② \end{cases}$$

→ ①の両辺を40でわる
→ ②の両辺を24でわる

$$\begin{cases} x-y=150 & \dots ①' \\ x+y=250 & \dots ②' \end{cases}$$

①' + ②'

$$\begin{array}{r} x-y=150 \\ +)x+y=250 \\ \hline 2x=400 \\ x=200 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} x=200 \text{ を} \\ ②' \text{ に代入する} \\ 200+y=250 \\ y=50 \end{array}$$

答 A君 毎分 200 m

B君 毎分 50 m

4 周囲3kmの池のまわりを、A, B2人が同時に同じ地点から出発して、同じ方向にまわると、1時間後にBがAに追いつき、反対方向にまわると、12分後に会おうという。A, B2人の速さをそれぞれ求めなさい。

★ A, Bの速さをそれぞれ毎分 x m, 毎分 y mとする。

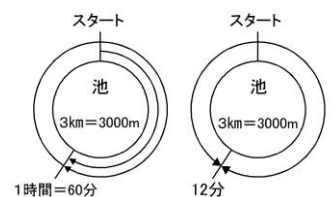
$$\begin{cases} 60y-60x=3000 & \dots ① \\ 12x+12y=3000 & \dots ② \end{cases}$$

→ ①の両辺を-60でわる
→ ②の両辺を12でわる

$$\begin{cases} x-y=-50 & \dots ①' \\ x+y=250 & \dots ②' \end{cases}$$

①' + ②'

$$\begin{array}{r} x-y=-50 \\ +)x+y=250 \\ \hline 2x=200 \\ x=100 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} x=100 \text{ を} \\ ②' \text{ に代入する} \\ 100+y=250 \\ y=150 \end{array}$$

答 A 毎分 100 m

B 毎分 150 m

距離・速さ・時間の問題(3)

～ ③鉄橋・トンネルの問題 ～

例題

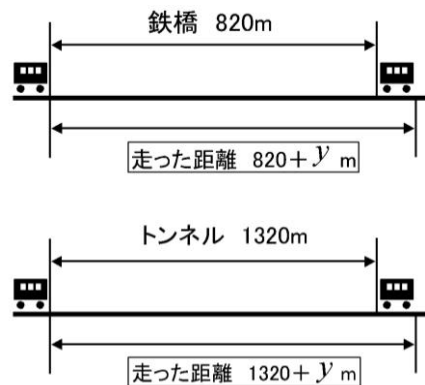
ある列車が、長さ820mの鉄橋を渡り始めてから、渡り終わるまでに40秒かかった。またこの列車が、長さ1320mのトンネルに入り始めてから、出てしまうまでに60秒かかった。この列車の秒速と長さをそれぞれ求めなさい。

考え方

- ① 列車の秒速を毎秒 x m, 列車の長さを y mとする。

ポイント

列車が走る距離は、鉄橋・トンネルの長さだけではない！
列車の長さの分も加える。



- ② (列車の走った距離) = (列車の速さ) × (かかった時間)

解法

$$\begin{cases} 820 + y = 40x \cdots ① \\ 1320 + y = 60x \cdots ② \end{cases}$$

①-②より、 y を消去する。

$$\begin{aligned} -500 &= -20x \\ x &= 25 \end{aligned}$$

①に $x=25$ を代入する。

$$\begin{aligned} 820 + y &= 40 \times 25 \\ 820 + y &= 1000 \\ y &= 180 \end{aligned}$$

答 列車の速さ 毎秒 25 m

列車の長さ 180 m

実践問題

1 一定の速さで進行中の列車が、長さ350mの鉄橋を渡り始めてから、渡り終わるまでに23秒かった。また、この列車が同じ速さで長さ930mのトンネルに入り始めてから完全に出るまでに52秒かった。この列車の秒速と長さを求めなさい。

★ 列車の秒速を毎秒 x m、列車の長さを y m とする。

$$\begin{cases} 350 + y = 23x \cdots \textcircled{1} \\ 930 + y = 52x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - \textcircled{2} \\ -580 = -29x \\ x = 20 \end{aligned}$$

$x = 20$ を $\textcircled{1}$ に代入する

$$\begin{aligned} 350 + y &= 23 \times 20 \\ 350 + y &= 460 \\ y &= 110 \end{aligned}$$

答 列車の速さ 毎秒 **20** m

列車の長さ **110** m

2 ある列車が長さ200mの鉄橋を渡り始めてから、渡り終わるまでに20秒かった。また、この列車が長さ800mのトンネルに入り始めてから出るまでに60秒かった。列車の秒速と長さを求めなさい。

★ 列車の秒速を毎秒 x m、列車の長さを y m とする。

$$\begin{cases} 200 + y = 20x \cdots \textcircled{1} \\ 800 + y = 60x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - \textcircled{2} \\ -600 = -40x \\ x = 15 \end{aligned}$$

$x = 15$ を $\textcircled{1}$ に代入する

$$\begin{aligned} 200 + y &= 20 \times 15 \\ 200 + y &= 300 \\ y &= 100 \end{aligned}$$

答 列車の速さ 毎秒 **15** m

列車の長さ **100** m

3 電車が400mの長さの鉄橋を渡り終わるのに35秒、550mの長さのトンネルを通過し終わるのに45秒かった。この電車の秒速と長さを求めなさい。ただし、電車は一定の速さで走るものとする。

★ 電車の秒速を毎秒 x m、列車の長さを y m とする。

$$\begin{cases} 400 + y = 35x \cdots \textcircled{1} \\ 550 + y = 45x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} - \textcircled{2} \\ -150 = -10x \\ x = 15 \end{aligned}$$

$x = 15$ を $\textcircled{1}$ に代入する

$$\begin{aligned} 400 + y &= 35 \times 15 \\ 400 + y &= 525 \\ y &= 125 \end{aligned}$$

答 電車の速さ 毎秒 **15** m

電車の長さ **125** m

4 ある列車が長さ550mの鉄橋を渡り始めてから、渡り終わるまでに30秒かった。また、この列車が長さ650mのトンネルをくぐるとき、すっかりかかっている時間が20秒であった。このとき、この列車の秒速と長さを求めなさい。

★ 列車の秒速を毎秒 x m、列車の長さを y m とする。

$$\begin{cases} 550 + y = 30x \cdots \textcircled{1} \\ 650 - y = 20x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} + \textcircled{2} \\ 1200 = 50x \\ x = 24 \end{aligned}$$

$x = 24$ を $\textcircled{1}$ に代入する

$$\begin{aligned} 550 + y &= 30 \times 24 \\ 550 + y &= 720 \\ y &= 170 \end{aligned}$$

答 列車の速さ 毎秒 **24** m

列車の長さ **170** m

割合の問題

おぼえよう!!

割合は分数になおそう。

$$a \text{ 割} \rightarrow \frac{1}{10}a, \quad b \% \rightarrow \frac{1}{100}b \text{ で表せる。}$$

例題

ある店では、ハンバーガーとフランクフルトを合わせて200個つくった。そのうち、ハンバーガーは8割、フランクフルトは90%、合わせて168個売れた。

この店では、ハンバーガーとフランクフルトをそれぞれ何個つくったか求めなさい。

考え方

① つくったハンバーガーの数を x 個、つくったフランクフルトの数を y 個とする。

$$\textcircled{2} \quad (\text{売れたハンバーガーの数}) = (\text{つくったハンバーガーの数}) \times \frac{8}{10}$$

$$(\text{売れたフランクフルトの数}) = (\text{つくったフランクフルトの数}) \times \frac{90}{100}$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} (\text{つくったハンバーガーの数}) + (\text{つくったフランクフルトの数}) = 200 \\ (\text{売れたハンバーガーの数}) + (\text{売れたフランクフルトの数}) = 168 \end{cases}$$

解法

$$\begin{cases} x + y = 200 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{8}{10}x + \frac{90}{100}y = 168 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に10をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 200 & \rightarrow (\text{両辺に9をかける}) \\ 8x + 9y = 1680 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 9y = 1800 & \dots \textcircled{1}' \\ 8x + 9y = 1680 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

①' - ②' より、 y を消去する

$$x = 120$$

①に $x = 120$ を代入する

$$120 + y = 200$$

$$y = 80$$

答 ハンバーガー 120 個

フランクフルト 80 個

実践問題

1 男女合わせて400人いる。男子の15%と女子の20%を合わせると68人である。男子と女子の人数をそれぞれ求めなさい。

★ 男子と女子の人数をそれぞれ x 人, y 人とする。

$$\begin{cases} x + y = 400 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{15}{100}x + \frac{20}{100}y = 68 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 400 & \rightarrow (\text{両辺に20をかける}) \\ 15x + 20y = 6800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 20y = 8000 & \dots \textcircled{1}' \\ 15x + 20y = 6800 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

①' - ②' より, y を消去する

$$\begin{aligned} 5x &= 1200 \\ x &= 240 \end{aligned}$$

①に, $x=240$ を代入する

$$\begin{aligned} 240 + y &= 400 \\ y &= 160 \end{aligned}$$

答	男子	240	人
	女子	160	人

2 AとBの所持金の合計は3000円であった。Aは所持金の40%を, Bは所持金の20%を出し, 1000円の品物を買った。AとBのはじめの所持金をそれぞれ求めなさい。

★ AとBのはじめの所持金をそれぞれ x 円, y 円とする。

$$\begin{cases} x + y = 3000 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{40}{100}x + \frac{20}{100}y = 1000 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に10をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 3000 \\ 4x + 2y = 10000 & \rightarrow (\text{両辺を2でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 3000 \\ 2x + y = 5000 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

②' - ①より, y を消去する

$$x = 2000$$

①に, $x=2000$ を代入する

$$\begin{aligned} 2000 + y &= 3000 \\ y &= 1000 \end{aligned}$$

答	A	2000	円
	B	1000	円

3 ある店でシャツとジーパンを1組買った。定価では1組3500円だが, シャツは定価の6割, ジーパンは定価の8割だったので, 代金は2600円だった。このシャツとジーパンの定価をそれぞれ求めなさい。

★ シャツとジーパンの定価をそれぞれ x 円, y 円とする。

$$\begin{cases} x + y = 3500 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{6}{10}x + \frac{8}{10}y = 2600 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に5をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 3500 & \rightarrow (\text{両辺に4をかける}) \\ 3x + 4y = 13000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 4y = 14000 & \dots \textcircled{1}' \\ 3x + 4y = 13000 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

①' - ②' より, y を消去する

$$x = 1000$$

①に, $x=1000$ を代入する

$$\begin{aligned} 1000 + y &= 3500 \\ y &= 2500 \end{aligned}$$

答	シャツ	1000	円
	ジーパン	2500	円

4 ある中学校の生徒数は475人である。このうち, 男子の生徒数の10%と女子の生徒数の20%が自転車通学しており, その合計は70人である。男子と女子の人数をそれぞれ求めなさい。

★ 男子と女子の人数をそれぞれ x 人, y 人とする。

$$\begin{cases} x + y = 475 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{10}{100}x + \frac{20}{100}y = 70 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に10をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 475 \\ x + 2y = 700 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

②' - ①より, y を消去する

$$y = 225$$

①に, $y=225$ を代入する

$$\begin{aligned} x + 225 &= 475 \\ x &= 250 \end{aligned}$$

答	男子	250	人
	女子	225	人

増 減 の 問 題

おぼえよう!!

- ① 割合は分数になおそう。
 a 割 $\rightarrow \frac{1}{10}a$, $b\%$ $\rightarrow \frac{1}{100}b$ で表せる。
- ② a 割増える, $b\%$ 増える, のはもとの数を1として,
 $\boxed{\text{もとの数}} \times \left(1 + \frac{1}{10}a\right)$, $\boxed{\text{もとの数}} \times \left(1 + \frac{1}{100}b\right)$
- a 割減る, $b\%$ 減る, のはもとの数を1として,
 $\boxed{\text{もとの数}} \times \left(1 - \frac{1}{10}a\right)$, $\boxed{\text{もとの数}} \times \left(1 - \frac{1}{100}b\right)$

例題

ある学校で, 昨年度の生徒数は950人で, 今年度は男子が3%, 女子が4%増えたので, 今年度の生徒数は983人になった。今年度の男子, 女子の生徒はそれぞれ何人ですか。

考え方

☆ 今年度ではなく, $\boxed{\text{昨年度の生徒数}}$ をもとにする。

- ① 昨年度の男子を x 人, 女子を y 人とする。
- ② 今年度の生徒数を求める。

$$\boxed{\text{今年度の男子}} = \boxed{\text{昨年度の男子}} \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) \rightarrow x \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) = \frac{103}{100}x$$

$$\boxed{\text{今年度の女子}} = \boxed{\text{昨年度の女子}} \times \left(1 + \frac{4}{100}\right) \rightarrow y \times \left(1 + \frac{4}{100}\right) = \frac{104}{100}y$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} \boxed{\text{昨年度の男子}} + \boxed{\text{昨年度の女子}} = 950 \\ \boxed{\text{今年度の男子}} + \boxed{\text{今年度の女子}} = 983 \end{cases}$$

解法

$$\begin{cases} x + y = 950 & \dots\textcircled{1} \\ \frac{103}{100}x + \frac{104}{100}y = 983 & \dots\textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \textcircled{1} \text{に } x=500 \text{ を代入する} \\ 500 + y = 950 \\ y = 450 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 950 & \rightarrow (\text{両辺に104をかける}) \\ 103x + 104y = 98300 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{よって,} \\ \text{今年度の男子 } 500 \times \frac{103}{100} = 515 \end{array}$$

$$\begin{cases} 104x + 104y = 98800 & \dots\textcircled{1}' \\ 103x + 104y = 98300 & \dots\textcircled{2}' \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{今年度の女子 } 450 \times \frac{104}{100} = 468 \end{array}$$

①' - ②' より, y を消去する
 $x = 500$

答 男子 515 人
 女子 468 人

実 践 問 題

1 ある中学校の生徒数は、昨年度は665人であった。今年度は昨年度に比べて男子が4%、女子が5%増えたので、今年度の生徒数は695人になった。今年度の男子および女子の生徒はそれぞれ何人ですか。

★
昨年度の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=665 & \dots\text{①} \\ x \times \left(1+\frac{4}{100}\right) + y \times \left(1+\frac{5}{100}\right) = 695 & \dots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=665 \\ \frac{104}{100}x + \frac{105}{100}y = 695 \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=665 \rightarrow (\text{両辺に105をかける}) \\ 104x+105y=69500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 105x+105y=69825 & \dots\text{①}' \\ 104x+105y=69500 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

よって、
今年度の男子
 $x=325$
 $=325 \times \frac{104}{100} = 338$

今年度の女子
 $y=340$
 $=340 \times \frac{105}{100} = 357$

答	男子	338	人
	女子	357	人

2 A高等学校の昨年度の生徒数は男女合わせて1200人であった。今年度は昨年度に比べて、男子は2%減少し、女子は4%増加したので、合計1218人になった。今年度の男子、女子の生徒数はそれぞれ何人ですか。

★
昨年度の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=1200 & \dots\text{①} \\ x \times \left(1-\frac{2}{100}\right) + y \times \left(1+\frac{4}{100}\right) = 1218 & \dots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1200 \\ \frac{98}{100}x + \frac{104}{100}y = 1218 \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1200 \rightarrow (\text{両辺に104をかける}) \\ 98x+104y=121800 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 104x+104y=124800 & \dots\text{①}' \\ 98x+104y=121800 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

よって、
今年度の男子
 $x=500$
 $=500 \times \frac{98}{100} = 490$

今年度の女子
 $y=700$
 $=700 \times \frac{104}{100} = 728$

答	男子	490	人
	女子	728	人

3 ある中学の昨年度の生徒数は全体で330人であった。今年度は、昨年度より男子が10%増え、女子が5%減ったので、全体で9人増えたという。今年度の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

★
昨年度の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=330 & \dots\text{①} \\ x \times \frac{10}{100} - y \times \frac{5}{100} = 9 & \dots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=330 \\ 10x-5y=900 \rightarrow (\text{両辺を5でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=330 & \dots\text{①} \\ 2x-y=180 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

よって、
今年度の男子
 $x=170$
 $=170 \times \frac{110}{100} = 187$

今年度の女子
 $y=160$
 $=160 \times \frac{95}{100} = 152$

答	男子	187	人
	女子	152	人

4 ある学校で、昨年の生徒数は800人であったが、今年は男子が6%増え、女子が2%減ったので、全体で20人増えたことになる。今年の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

★
昨年度の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=800 & \dots\text{①} \\ x \times \frac{6}{100} - y \times \frac{2}{100} = 20 & \dots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=800 \\ 6x-2y=2000 \rightarrow (\text{両辺を2でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=800 & \dots\text{①} \\ 3x-y=1000 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

よって、
今年の男子
 $x=450$
 $=450 \times \frac{106}{100} = 477$

今年の女子
 $y=350$
 $=350 \times \frac{98}{100} = 343$

答	男子	477	人
	女子	343	人

食 塩 水 の 問 題 (1)

おぼえよう!!

$$\textcircled{1} \quad \boxed{\text{食塩水Aの質量}} + \boxed{\text{食塩水Bの質量}} = \boxed{\text{まぜた食塩水の質量}}$$

$$\textcircled{2} \quad \boxed{\frac{\text{濃度}a}{100} \times \text{食塩水Aの質量}} + \boxed{\frac{\text{濃度}b}{100} \times \text{食塩水Bの質量}} = \boxed{\frac{\text{濃度}c}{100} \times \text{まぜた食塩水の質量}}$$

～ ①食塩水の質量を求める問題 ～

例題

6%の食塩水と12%の食塩水を混ぜて10%の食塩水を600gつくりたい。6%の食塩水と12%の食塩水をそれぞれ何g混ぜればよいか。

考え方

- ① 6%の食塩水と12%の食塩水をそれぞれ x g, y g混ぜるとする。
- ② 図を書いて考える。

$$\begin{array}{|c|} \hline 6\% \\ \hline x \text{ g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 12\% \\ \hline y \text{ g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 10\% \\ \hline 600\text{g} \\ \hline \end{array}$$

解法

$$\begin{cases} x + y = 600 & \dots\textcircled{1} \\ \frac{6}{100}x + \frac{12}{100}y = \frac{10}{100} \times 600 & \dots\textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 6x + 12y = 6000 \rightarrow (\text{両辺を6でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 600 & \dots\textcircled{1} \\ x + 2y = 1000 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①-②' より, x を消去する

$$\begin{aligned} -y &= -400 \\ y &= 400 \end{aligned}$$

①に $y = 400$ を代入する

$$\begin{aligned} x + 400 &= 600 \\ x &= 200 \end{aligned}$$

答 6% 200 g
 12% 400 g

実践問題

1 4%の食塩水と7%の食塩水を混ぜて、6%の食塩水を300gつくりたい。それぞれ何g混ぜればよいか。

★ 4%の食塩水を x g, 7%の食塩水を y g混ぜるとする。

$$\begin{array}{|c|} \hline 4\% \\ \hline x \text{ g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 7\% \\ \hline y \text{ g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 6\% \\ \hline 300\text{g} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y=300 & \dots\text{①} \\ \frac{4}{100}x + \frac{7}{100}y = \frac{6}{100} \times 300 & \dots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=300 & \rightarrow (\text{両辺に7をかける}) \\ 4x+7y=1800 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x+7y=2100 \\ 4x+7y=1800 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 7x+7y=2100 \\ -)4x+7y=1800 \\ \hline 3x \quad = 300 \\ x=100 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=100 \text{ を①に代入する} \\ 100+y=300 \\ y=200 \end{array}$$

答 4% 100 g

7% 200 g

2 10%の食塩水と5%の食塩水を混ぜて、7%の食塩水を600gつくりたい。それぞれ何g混ぜればよいか。

★ 10%の食塩水を x g, 5%の食塩水を y g混ぜるとする。

$$\begin{array}{|c|} \hline 10\% \\ \hline x \text{ g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 5\% \\ \hline y \text{ g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 7\% \\ \hline 600\text{g} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y=600 & \dots\text{①} \\ \frac{10}{100}x + \frac{5}{100}y = \frac{7}{100} \times 600 & \dots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=600 \\ 10x+5y=4200 & \rightarrow (\text{両辺を5でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=600 \\ 2x+y=840 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x+y=600 \\ -)2x+y=840 \\ \hline -x \quad = -240 \\ x=240 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=240 \text{ を①に代入する} \\ 240+y=600 \\ y=360 \end{array}$$

答 10% 240 g

5% 360 g

3 6%の食塩水と9%の食塩水を混ぜて、8%の食塩水を720gつくりたい。それぞれ何g混ぜればよいか。

★ 6%の食塩水を x g, 9%の食塩水を y g混ぜるとする。

$$\begin{array}{|c|} \hline 6\% \\ \hline x \text{ g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 9\% \\ \hline y \text{ g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 8\% \\ \hline 720\text{g} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y=720 & \dots\text{①} \\ \frac{6}{100}x + \frac{9}{100}y = \frac{8}{100} \times 720 & \dots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=720 & \rightarrow (\text{両辺に3をかける}) \\ 6x+9y=5760 & \rightarrow (\text{両辺を3でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+3y=2160 \\ 2x+3y=1920 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3x+3y=2160 \\ -)2x+3y=1920 \\ \hline x \quad = 240 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=240 \text{ を①に代入する} \\ 240+y=720 \\ y=480 \end{array}$$

答 6% 240 g

9% 480 g

4 銅をふくむ合金A, Bがあり, Aは80%, Bは50%の銅をふくんでいる。A, Bをとかし合わせて60%の銅をふくむ合金Cを45kgつくりたい。A, Bをそれぞれ何kgとかせばよいか。

★ Aを x kg, Bを y kgとかすとする。

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{A } 80\% \\ \hline x \text{ kg} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \text{B } 50\% \\ \hline y \text{ kg} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 60\% \\ \hline 45\text{kg} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x+y=45 & \dots\text{①} \\ \frac{80}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{60}{100} \times 45 & \dots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=45 & \rightarrow (\text{両辺に5をかける}) \\ 80x+50y=2700 & \rightarrow (\text{両辺を10でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x+5y=225 \\ 8x+5y=270 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 5x+5y=225 \\ -)8x+5y=270 \\ \hline -3x \quad = -45 \\ x=15 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=15 \text{ を①に代入する} \\ 15+y=45 \\ y=30 \end{array}$$

答 A 15 kg

B 30 kg

食塩水の問題(2)

～ ②食塩水の質量を求める問題 ～

例題

濃度のちがうA, B2種類の食塩水がある。Aを300gとBを100g混ぜ合わせると、10%の食塩水ができる。また、Aを100gとBを300g混ぜ合わせると、6%の食塩水ができる。A, Bの濃度はそれぞれ何%ですか。

考え方

- ① A, Bの濃度をそれぞれ $x\%$, $y\%$ とする。
- ② 図を2通り書く。

$$\textcircled{ア} \quad \begin{array}{|c|} \hline X\% \\ \hline 300\text{g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline y\% \\ \hline 100\text{g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 10\% \\ \hline 400\text{g} \\ \hline \end{array}$$

$$\textcircled{イ} \quad \begin{array}{|c|} \hline X\% \\ \hline 100\text{g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline y\% \\ \hline 300\text{g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 6\% \\ \hline 400\text{g} \\ \hline \end{array}$$

- ③ あとは公式にあてはめる。

解法

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 300 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{10}{100} \times 400 & \dots \textcircled{1} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \\ \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 300 = \frac{6}{100} \times 400 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 300x + 100y = 4000 & \rightarrow (\text{両辺を100でわる}) \\ 100x + 300y = 2400 & \rightarrow (\text{両辺を100でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 40 & \dots \textcircled{1}' \rightarrow (\text{両辺に3をかける}) \\ x + 3y = 24 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 3y = 120 & \dots \textcircled{1}'' \\ x + 3y = 24 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

- ①' - ②' より, y を消去する

$$\begin{aligned} 8x &= 96 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

- ①' に $x=12$ を代入する

$$\begin{aligned} 36 + y &= 40 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

答 A 12 %

B 4 %

実践問題

1 濃度の異なる食塩水P, Qがある。Pを100gとQを200g混ぜ合わせると、12%の食塩水になり、Pを300gとQを100g混ぜ合わせると7%の食塩水になる。PとQの濃度はそれぞれ何%か。

★ Pの濃度を $x\%$, Qの濃度を $y\%$ とする。

$$\textcircled{ア} \frac{x\%}{100\text{g}} + \frac{y\%}{200\text{g}} = \frac{12\%}{300\text{g}}$$

$$\textcircled{イ} \frac{x\%}{300\text{g}} + \frac{y\%}{100\text{g}} = \frac{7\%}{400\text{g}}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{12}{100} \times 300 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{100} \times 300 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{7}{100} \times 400 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 36 & \dots \textcircled{1}' \rightarrow (\text{両辺に3をかける}) \\ 3x + y = 28 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$3x + 6y = 108$$

$$-3x + y = 28$$

$$5y = 80$$

$$y = 16$$

$y = 16$ を $\textcircled{1}'$ に代入する

$$x + 32 = 36$$

$$x = 4$$

答	P	4	%
	Q	16	%

2 A, B2種類の食塩水がある。Aの食塩水400gとBの食塩水200gを混ぜ合わせると6%の食塩水ができる。Aの食塩水100gとBの食塩水500gを混ぜ合わせると9%の食塩水ができる。A, Bの濃度はそれぞれ何%か。

★ Aの濃度を $x\%$, Bの濃度を $y\%$ とする。

$$\textcircled{ア} \frac{x\%}{400\text{g}} + \frac{y\%}{200\text{g}} = \frac{6\%}{600\text{g}}$$

$$\textcircled{イ} \frac{x\%}{100\text{g}} + \frac{y\%}{500\text{g}} = \frac{9\%}{600\text{g}}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 400 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{6}{100} \times 600 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 500 = \frac{9}{100} \times 600 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 36 & \dots \textcircled{1}' \\ x + 5y = 54 & \dots \textcircled{2}' \rightarrow (\text{両辺に4をかける}) \end{cases}$$

$$4x + 2y = 36$$

$$-4x + 20y = 216$$

$$-18y = -180$$

$$y = 10$$

$y = 10$ を $\textcircled{2}'$ に代入する

$$x + 50 = 54$$

$$x = 4$$

答	A	4	%
	B	10	%

3 A, B2つの食塩水がある。いまA, Bを100gずつと混ぜると、8%の食塩水となり、また、Aを100g, Bを300gと混ぜると、10%の食塩水になる。A, Bはそれぞれ何%の食塩水ですか。

★ Aの濃度を $x\%$, Bの濃度を $y\%$ とする。

$$\textcircled{ア} \frac{x\%}{100\text{g}} + \frac{y\%}{100\text{g}} = \frac{8\%}{200\text{g}}$$

$$\textcircled{イ} \frac{x\%}{100\text{g}} + \frac{y\%}{300\text{g}} = \frac{10\%}{400\text{g}}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{8}{100} \times 200 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 300 = \frac{10}{100} \times 400 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 16 & \dots \textcircled{1}' \\ x + 3y = 40 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$x + y = 16$$

$$-y + 3y = 24$$

$$2y = 24$$

$$y = 12$$

$y = 12$ を $\textcircled{1}'$ に代入する

$$x + 12 = 16$$

$$x = 4$$

答	A	4	%
	B	12	%

4 A, B2種類の食塩水がある。Aの食塩水とBの食塩水とともに200gずつ混ぜ合わせると、濃度が10%になった。Aの食塩水250gにBの食塩水100gを加え、これに食塩50gを混ぜると、濃度が22%になった。A, Bの食塩水の濃度はそれぞれ何%か。

★ Aの濃度を $x\%$, Bの濃度を $y\%$ とする。

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{10}{100} \times 400 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{100} \times 250 + \frac{y}{100} \times 100 + 50 = \frac{22}{100} \times 400 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$2x + 2y = 40 \rightarrow (\text{両辺を2でわる})$$

$$\frac{5}{2}x + y + 50 = 88$$

$$\begin{cases} x + y = 20 & \dots \textcircled{1}' \\ \frac{5}{2}x + y = 38 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}'$$

$$-\frac{3}{2}x = -18$$

$$-3x = -36$$

$$x = 12$$

$x = 12$ を $\textcircled{1}'$ に代入する

$$12 + y = 20$$

$$y = 8$$

答	A	12	%
	B	8	%

年齢の問題

例題

現在の父親の年齢は、子どもの年齢の3倍より1歳若く、今から12年後には、父親の年齢が子どもの年齢の2倍になる。現在の父親の年齢と子どもの年齢をそれぞれ求めなさい。

考え方

- ① 現在の父親の年齢と子どもの年齢をそれぞれ x 歳, y 歳とする。
- ② 父親と子どもの年齢

ポイント 父親も子どもも必ず同じだけ年をとる！

☆ 表にして考えよう

	現在の年齢	12年後の年齢
父親の年齢	x 歳	$(x+12)$ 歳
子どもの年齢	y 歳	$(y+12)$ 歳

- ③ 父親と子どもの年齢関係

- ・ 現在 **父親の年齢 = $3 \times$ 子どもの年齢 $- 1$**
- ・ 12年後 **父親の年齢 = $2 \times$ 子どもの年齢**

解法

$$\begin{cases} x = 3y - 1 & \cdots \text{①} \\ x + 12 = 2(y + 12) & \cdots \text{②} \end{cases}$$
$$\begin{cases} x - 3y = -1 & \cdots \text{①}' \\ x - 2y = 12 & \cdots \text{②}' \end{cases}$$

- ①' - ②' より, x を消去する

$$\begin{aligned} -y &= -13 \\ y &= 13 \end{aligned}$$

- ①' に $y=13$ を代入する

$$\begin{aligned} x - 39 &= -1 \\ x &= 38 \end{aligned}$$

答 父親 38 歳

子ども 13 歳

実践問題

1 現在の父親の年齢は、子どもの年齢の5倍よりも4歳若く、20年後には父親の年齢が子どもの年齢の2倍になる。父親と子どもの現在の年齢を求めなさい。

★現在の父親の年齢を x 歳、子どもの年齢を y 歳とする。

	現在の年齢	20年後の年齢
父親の年齢	x 歳	$(x+20)$ 歳
子どもの年齢	y 歳	$(y+20)$ 歳

$$\begin{cases} x=5y-4 & \cdots\text{①} \\ x+20=2(y+20) & \cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-5y=-4 & \cdots\text{①}' \\ x-2y=20 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

①' - ②'

$$\begin{array}{r} x-5y=-4 \\ -)x-2y=20 \\ \hline -3y=-24 \\ y=8 \end{array}$$

$y=8$ を①に代入する

$$\begin{aligned} x &= 5 \times 8 - 4 \\ x &= 40 - 4 \\ x &= 36 \end{aligned}$$

答 父親 36 歳

子ども 8 歳

2 現在、母親の年齢は子どもの年齢の3倍であるが、9年後には母親の年齢は子どもの年齢の2倍になっている。母親と子どもの現在の年齢を求めなさい。

★現在の母親の年齢を x 歳、子どもの年齢を y 歳とする。

	現在の年齢	9年後の年齢
母親の年齢	x 歳	$(x+9)$ 歳
子どもの年齢	y 歳	$(y+9)$ 歳

$$\begin{cases} x=3y & \cdots\text{①} \\ x+9=2(y+9) & \cdots\text{②} \end{cases}$$

①を②に代入する

$$\begin{aligned} 3y+9 &= 2(y+9) \\ 3y+9 &= 2y+18 \\ 3y-2y &= 18-9 \\ y &= 9 \end{aligned}$$

$y=9$ を①に代入する

$$\begin{aligned} x &= 3 \times 9 \\ x &= 27 \end{aligned}$$

答 母親 27 歳

子ども 9 歳

3 現在、兄の年齢と弟の年齢の和は34である。8年前には、兄の年齢は弟の年齢のちょうど2倍であったという。現在の兄の年齢と弟の年齢をそれぞれ求めなさい。

★現在の兄の年齢を x 歳、弟の年齢を y 歳とする。

	現在の年齢	8年前の年齢
兄の年齢	x 歳	$(x-8)$ 歳
弟の年齢	y 歳	$(y-8)$ 歳

$$\begin{cases} x+y=34 & \cdots\text{①} \\ x-8=2(y-8) & \cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=34 & \cdots\text{①} \\ x-2y=-8 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

① - ②'

$$\begin{array}{r} x+y=34 \\ -)x-2y=-8 \\ \hline 3y=42 \\ y=14 \end{array}$$

$y=14$ を①に代入する

$$\begin{aligned} x+14 &= 34 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

答 兄 20 歳

弟 14 歳

4 現在、母親の年齢と子どもの年齢の和は50である。5年前には、母親の年齢は子どもの年齢のちょうど3倍であったという。現在の母親の年齢と子どもの年齢をそれぞれ求めなさい。

★現在の母親の年齢を x 歳、子どもの年齢を y 歳とする。

	現在の年齢	5年前の年齢
母親の年齢	x 歳	$(x-5)$ 歳
子どもの年齢	y 歳	$(y-5)$ 歳

$$\begin{cases} x+y=50 & \cdots\text{①} \\ x-5=3(y-5) & \cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=50 & \cdots\text{①} \\ x-3y=-10 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

① - ②'

$$\begin{array}{r} x+y=50 \\ -)x-3y=-10 \\ \hline 4y=60 \\ y=15 \end{array}$$

$y=15$ を①に代入する

$$\begin{aligned} x+15 &= 50 \\ x &= 35 \end{aligned}$$

答 母親 35 歳

子ども 15 歳

比に関する問題

例題

姉と妹の2人で買い物に行った。2人の所持金の合計は6500円であったが、姉が500円、妹が400円使ったので、2人の所持金の比は5:3になった。

はじめの2人の所持金はそれぞれいくらだったか求めなさい。

考え方

- ① はじめの姉と妹の所持金をそれぞれ x 円, y 円とする。
- ② 使ったあとの2人の所持金について、比の式をつくる。

ポイント 比の式は、(外側どうしの積) = (内側どうしの積)
※(外項の積) = (内項の積)という。

$$a : b = p : q \text{ のとき, } aq = bp$$

解法

$$\begin{cases} x + y = 6500 & \cdots \textcircled{1} \\ (x - 500) : (y - 400) = 5 : 3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を整理すると、

$$\begin{aligned} 3(x - 500) &= 5(y - 400) \\ 3x - 1500 &= 5y - 2000 \\ 3x - 5y &= -500 & \cdots \textcircled{2}' \end{aligned}$$

① $\times 5 + \textcircled{2}'$ より

$$\begin{array}{r} 5x + 5y = 32500 \\ +) 3x - 5y = -500 \\ \hline 8x = 32000 \\ x = 4000 \end{array}$$

①へ $x = 4000$ を代入

$$\begin{aligned} 4000 + y &= 6500 \\ y &= 2500 \end{aligned}$$

答 姉 4000 円
妹 2500 円

実践問題

1 兄と弟の2人は買い物に行った。2人の所持金の合計は6500円であったが、2人とも500円ずつ使ったので、2人の所持金の比は6:5となった。はじめの2人の所持金はそれぞれいくらだったか求めなさい。

★
はじめの兄と弟の所持金をそれぞれ x 円, y 円とする。

$$\begin{cases} x+y=6500 & \cdots\text{①} \\ (x-500):(y-500)=6:5 & \cdots\text{②} \end{cases}$$

②を整理すると

$$\begin{cases} 5(x-500)=6(y-500) \\ 5x-6y=-500 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

①×6+②'より

$$\begin{array}{r} 6x+6y=39000 \\ +5x-6y=-500 \\ \hline 11x=38500 \\ x=3500 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{①に } x=3500 \text{ を代入する} \\ 3500+y=6500 \\ y=3000 \end{array}$$

	答	兄	3500	円
		弟	3000	円

2 男女の人数の比が7:3の会場系の生徒たちが、いすを体育館に運んだ。男子は3脚, 女子は2脚ずつ運ぶのを3回くり返したら、全部で324脚のいすが運べた。男女の人数を求めなさい。

★
男子を x 人, 女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x:y=7:3 & \cdots\text{①} \\ 3(3x+2y)=324 & \cdots\text{②} \end{cases}$$

整理すると

$$\begin{cases} 3x=7y & \cdots\text{①}' \\ 3x+2y=108 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

①'を②'へ代入

$$\begin{cases} 7y+2y=108 \\ y=12 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} y=12 \text{ を①}' \text{へ代入} \\ 3x=7 \times 12 \\ x=28 \end{array}$$

	答	男子	28	人
		女子	12	人

3 ある美術館の入館料は、大人1人200円, 子ども1人100円である。先日の大人と子どもの入館人数の比は4:1で、入館料の合計は360000円であった。大人と子どもの入館者数をそれぞれ求めなさい。

★
大人と子どもの入館者数をそれぞれ x 人, y 人とする。

$$\begin{cases} x:y=4:1 & \cdots\text{①} \\ 200x+100y=360000 & \cdots\text{②} \end{cases}$$

①, ②を整理すると

$$\begin{cases} x=4y & \cdots\text{①}' \\ 2x+y=3600 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

①'を②'へ代入

$$\begin{cases} 2 \times 4y + y = 3600 \\ y = 400 \end{cases}$$

①'へ $y=400$ を代入

$$\begin{cases} x = 4 \times 400 \\ x = 1600 \end{cases}$$

	答	大人	1600	人
		子ども	400	人

4 ある美術館の今週水曜日の入館者数の男女の比は7:8であった。翌日の木曜日は、水曜日に比べて男子が30人減り, 女子は5人増えて, 男女の比は10:13になった。水曜日の入館者数をそれぞれ求めなさい。

★
水曜日の入館者数を男子 x 人, 女子 y 人とする。

$$\begin{cases} x:y=7:8 & \cdots\text{①} \\ (x-30):(y+5)=10:13 & \cdots\text{②} \end{cases}$$

整理すると

$$\begin{cases} 8x=7y & \cdots\text{①}' \\ 13x-10y=440 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

①'より $y = \frac{8}{7}x$

これを②'へ代入

$$\begin{cases} 13x - 10 \times \frac{8}{7}x = 440 \\ x = 280 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \text{①}' \text{へ } x=280 \text{ を代入} \\ 8 \times 280 = 7y \\ y = 320 \end{array}$$

	答	男子	280	人
		女子	320	人

1 1冊120円のノートAと1冊180円のノートBを合わせて9冊
 買い、代金1320円を払った。ノートAとノートBをそれぞれ
 何冊買いましたか。(P8)

★ ノートAを x 冊、ノートBを y 冊買ったとする。

$$\begin{cases} x+y=9 & \dots\text{①} \\ 120x+180y=1320 & \dots\text{②} \rightarrow (\text{両辺を60でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=9 & \rightarrow (\text{両辺に3をかける}) \\ 2x+3y=22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+3y=27 & \dots\text{①}' \\ 2x+3y=22 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①}' - \text{②}' \\ 3x+3y=27 \\ -)2x+3y=22 \\ \hline x = 5 \end{array}$$

$x=5$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 5+y=9 \\ y=4 \end{array}$$

答	A	5	冊
	B	4	冊

2 鉛筆3本とボールペン4本の代金は600円で、鉛筆6本と
 ボールペン3本の代金は750円である。鉛筆1本、ボール
 ペン1本の値段をそれぞれ求めなさい。(P8)

★ 鉛筆1本の値段を x 円、ボールペン1本の値段を y 円と
 する。

$$\begin{cases} 3x+4y=600 & \dots\text{①} \rightarrow (\text{両辺に2をかける}) \\ 6x+3y=750 & \dots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+8y=1200 & \dots\text{①}' \\ 6x+3y=750 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①}' - \text{②}' \\ 6x+8y=1200 \\ -)6x+3y=750 \\ \hline 5y=450 \\ y=90 \end{array}$$

$y=90$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 3x+360=600 \\ 3x=240 \\ x=80 \end{array}$$

答	鉛筆	80	円
	ボールペン	90	円

確

認

問

題

3 大きさの違う2種類の画用紙A, Bがある。A6枚とB4枚を買うと260円, A4枚とB3枚を買うと180円である。このとき, A1枚とB1枚の値段をそれぞれ求めなさい。(P10)

★ A1枚の値段を x 円, B1枚の値段を y 円とする。

$$\begin{cases} 6x+4y=260 \quad \cdots\text{①} \\ 4x+3y=180 \quad \cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 3 - \text{②} \times 4 \\ 18x+12y=780 \\ -)16x+12y=720 \\ \hline 2x \quad \quad =60 \\ x=30 \end{array}$$

$x=30$ を①に代入する

$$\begin{aligned} 6 \times 30 + 4y &= 260 \\ 4y &= 80 \\ y &= 20 \end{aligned}$$

答	A	30	円
	B	20	円

4 缶詰A, Bがある。Aを3個, Bを2個買うときの代金は1400円, Aを7個, Bを4個買うときの代金は3100円である。A1個とB1個の値段をそれぞれ求めなさい。(P10)

★ A1個の値段を x 円, B1個の値段を y 円とする。

$$\begin{cases} 3x+2y=1400 \quad \cdots\text{①} \\ 7x+4y=3100 \quad \cdots\text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 2 - \text{②} \\ 6x+4y=2800 \\ -)7x+4y=3100 \\ \hline -x \quad \quad =-300 \\ x=300 \end{array}$$

$x=300$ を①に代入する

$$\begin{aligned} 3 \times 300 + 2y &= 1400 \\ 2y &= 500 \\ y &= 250 \end{aligned}$$

答	A	300	円
	B	250	円

5 2けたの正の整数がある。各位の数の和は8で、十の位の数と一の位の数を入れかえた数は、もとの数より36大きくなるという。もとの数を求めなさい。(P12)

★
十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの正の整数は $10x+y$ 、入れかえた整数は $10y+x$ と表せる。

$$\begin{cases} x+y=8 & \dots\textcircled{1} \\ 10y+x=10x+y+36 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=8 \\ -9x+9y=36 \rightarrow (\text{両辺を}-9\text{でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=8 & \dots\textcircled{1} \\ x-y=-4 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①+②'

$$\begin{array}{r} x+y=8 \\ +)x-y=-4 \\ \hline 2x \quad =4 \\ x=2 \end{array}$$

$x=2$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 2+y=8 \\ y=6 \end{array}$$

答 26

6 2けたの自然数がある。この数の十の位の数字の2倍と、一の位の数の3倍とをたすと34になる。また、十の位の数字と一の位の数字を入れかえてできる数は、もとの数より27大きい。もとの自然数を求めなさい。(P12)

★
十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの自然数は $10x+y$ 、入れかえた整数は $10y+x$ と表せる。

$$\begin{cases} 2x+3y=34 & \dots\textcircled{1} \\ 10y+x=10x+y+27 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=34 \\ -9x+9y=27 \rightarrow (\text{両辺を}-9\text{でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=34 \\ x-y=-3 \rightarrow (\text{両辺に}3\text{をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=34 & \dots\textcircled{1} \\ 3x-3y=-9 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①+②'

$$\begin{array}{r} 2x+3y=34 \\ +)3x-3y=-9 \\ \hline 5x \quad =25 \\ x=5 \end{array}$$

$x=5$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 10+3y=34 \\ 3y=24 \\ y=8 \end{array}$$

答 58

確

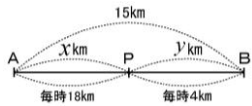
認

問

題

7 A地から15kmはなれたB地まで行くのに、途中のP地までは自転車、P地からは歩いて行くと、1時間25分かかった。自転車の速さを毎時18km、歩く速さを毎時4kmとしてAP間とPB間の道のりをそれぞれ求めなさい。(P14)

★ AP間の道のりを x km, PB間の道のりを y kmとする。



$$1\text{時間}25\text{分} = 1\frac{25}{60}\text{時間} = 1\frac{5}{12}\text{時間}$$

$$\begin{cases} x + y = 15 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{18} + \frac{y}{4} = 1\frac{5}{12} & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ \frac{x}{18} + \frac{y}{4} = \frac{17}{12} \rightarrow (\text{両辺に}36\text{をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 15 \rightarrow (\text{両辺に}2\text{をかける}) \\ 2x + 9y = 51 \end{cases}$$

$$2x + 2y = 30$$

$$-2x + 9y = 51$$

$$\hline -7y = -21$$

$$y = 3$$

$y=3$ を①に代入する

$$x + 3 = 15$$

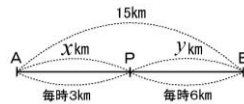
$$x = 12$$

答 AP間 12 km

PB間 3 km

8 A地から15kmはなれたB地まで行くのに、A地から途中のP地までは毎時3kmの速さで進み、P地からB地までは毎時6kmの速さで進み、全体で4時間かかった。AP間とPB間の道のりをそれぞれ求めなさい。(P14)

★ AP間の道のりを x km, PB間の道のりを y kmとする。



$$\begin{cases} x + y = 15 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 4 & \dots \text{②} \rightarrow (\text{両辺に}6\text{をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 15 & \dots \text{①} \\ 2x + y = 24 & \dots \text{②}' \end{cases}$$

① - ②'

$$x + y = 15$$

$$-2x + y = 24$$

$$\hline -x = -9$$

$$x = 9$$

$x=9$ を①に代入する

$$9 + y = 15$$

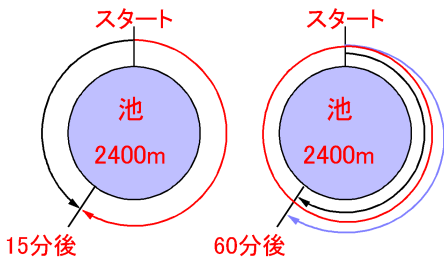
$$y = 6$$

答 AP間 9 km

PB間 6 km

9 周囲2400mの池のまわりを、A、B2人が同時に同じ場所から歩いた。反対の方向に歩くと、15分で出会い、同じ方向に歩くと60分でAがBをちょうど1周追いぬいた。A、Bの速さは、それぞれ毎分何mか。(P16)

★
Aの速さを毎分 x m、Bの速さを毎分 y mとする。



$$\begin{cases} 15x + 15y = 2400 & \dots ① \\ 60x - 60y = 2400 & \dots ② \end{cases}$$

→ ①の両辺を15でわる
→ ②の両辺を60でわる

$$\begin{cases} x + y = 160 & \dots ①' \\ x - y = 40 & \dots ②' \end{cases}$$

①' + ②'

$$\begin{array}{r} x + y = 160 \\ +) x - y = 40 \\ \hline 2x = 200 \\ x = 100 \end{array}$$

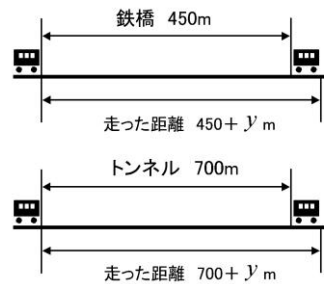
$x = 100$ を①'に代入する

$$\begin{array}{r} 100 + y = 160 \\ y = 60 \end{array}$$

答	A 毎分	100	m
	B 毎分	60	m

10 ある列車が、450mの鉄橋を渡りはじめてから、渡り終わるまでに25秒かかった。また、この列車が700mのトンネルにはいりはじめてから、出てしまうまでに35秒かかった。この列車の秒速と長さをそれぞれ求めなさい。(P18)

★
この列車の秒速を毎秒 x m、列車の長さを y mとする。



$$\begin{cases} 450 + y = 25x & \dots ① \\ 700 + y = 35x & \dots ② \end{cases}$$

① - ②

$$\begin{array}{r} -250 = -10x \\ x = 25 \end{array}$$

$x = 25$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 450 + y = 25 \times 25 \\ 450 + y = 625 \\ y = 175 \end{array}$$

答	列車の速さ 秒速	25	m
	列車の長さ	175	m

確

認

問

題

11 AとBの所持金の合計は3000円であった。Aは所持金の80%を、Bは所持金の40%を出し、2000円の品物を買った。AとBのはじめの所持金をそれぞれ求めなさい。(P20)

★
Aのはじめの所持金を x 円、Bのはじめの所持金を y 円とする。

$$\begin{cases} x+y=3000 & \dots\textcircled{1} \\ \frac{80}{100}x+\frac{40}{100}y=2000 & \dots\textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に10をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=3000 \\ 8x+4y=20000 & \rightarrow (\text{両辺を4でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=3000 \\ 2x+y=5000 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

②' - ①より y を消去する

$$x=2000$$

$x=2000$ を①に代入する

$$\begin{aligned} 2000+y &= 3000 \\ y &= 1000 \end{aligned}$$

答	A	2000	円
	B	1000	円

12 ある中学校の生徒数は475人である。このうち、男子の生徒数の18%と女子の生徒数の20%が自転車通学しており、その合計は90人である。男子と女子の人数をそれぞれ求めなさい。(P20)

★
男子の人数を x 人、女子の人数を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=475 & \dots\textcircled{1} \\ \frac{18}{100}y+\frac{20}{100}x=90 & \dots\textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=475 & \rightarrow (\text{両辺に10をかける}) \\ 18x+20y=9000 & \rightarrow (\text{両辺を2でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x+10y=4750 & \dots\textcircled{1}' \\ 9x+10y=4500 & \dots\textcircled{2}' \end{cases}$$

①' - ②' より y を消去する

$$x=250$$

$x=250$ を①に代入する

$$\begin{aligned} 250+y &= 475 \\ y &= 225 \end{aligned}$$

答	男子	250	人
	女子	225	人

13 ある中学校の去年の生徒数は350人で、去年に比べて男子は15%増加し、女子は10%減少したので、全体で10人増加した。今年の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。(P22)

★
 去年の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=350 & \cdots\text{①} \\ \frac{15}{100}x - \frac{10}{100}y=10 & \cdots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=350 & \rightarrow (\text{両辺に2をかける}) \\ 15x-10y=1000 & \rightarrow (\text{両辺を5でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+2y=700 & \cdots\text{①}' \\ 3x-2y=200 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

$$\text{①}' + \text{②}'$$

$$2x+2y=700$$

$$+) 3x-2y=200$$

$$\hline 5x = 900$$

$$x=180$$

$x=180$ を①に代入する

$$180+y=350$$

$$y=170$$

よって、

$$\begin{aligned} \text{今年の男子} &= 180 \times \frac{115}{100} \\ &= 207 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{今年の女子} &= 170 \times \frac{90}{100} \\ &= 153 \end{aligned}$$

答 男子 207 人

女子 153 人

14 ある中学校の去年の生徒数は1000人で、今年は去年に比べて男子は10%減少し、女子は20%増加したので、全体で20人増加した。今年の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。(P22)

★
 去年の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=1000 & \cdots\text{①} \\ -\frac{10}{100}x + \frac{20}{100}y=20 & \cdots\text{②} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ -10x+20y=2000 & \rightarrow (\text{両辺を10でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=1000 & \cdots\text{①}' \\ -x+2y=200 & \cdots\text{②}' \end{cases}$$

$$\text{①}' + \text{②}'$$

$$x+y=1000$$

$$+) -x+2y=200$$

$$\hline 3y=1200$$

$$y=400$$

$y=400$ を①に代入する

$$x+400=1000$$

$$x=600$$

よって、

$$\begin{aligned} \text{今年の男子} &= 600 \times \frac{90}{100} \\ &= 540 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{今年の女子} &= 400 \times \frac{120}{100} \\ &= 480 \end{aligned}$$

答 男子 540 人

女子 480 人

確

認

問

題

15 2%の食塩水と9%の食塩水を混ぜて、7%の食塩水を700gつくりたい。それぞれ何gずつ混ぜればよいか。(P 24)

★ 2%の食塩水を x g, 9%の食塩水を y g混ぜるとする。

$$\begin{array}{|c|} \hline 2\% \\ \hline x \text{ g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 9\% \\ \hline y \text{ g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 7\% \\ \hline 700 \text{ g} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 700 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{2}{100}x + \frac{9}{100}y = \frac{7}{100} \times 700 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 700 & \rightarrow (\text{両辺に9をかける}) \\ 2x + 9y = 4900 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 9y = 6300 & \dots \textcircled{1}' \\ 2x + 9y = 4900 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1}' - \textcircled{2}' \\ 7x = 1400 \\ x = 200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 200 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入する} \\ 200 + y = 700 \\ y = 500 \end{aligned}$$

答	2%	200	g
	9%	500	g

16 銀を90%含む合金と、銀を60%含む合金がある。この2つの合金を溶かして混ぜ合わせ、銀を85%含む合金を600gつくりたい。それぞれ何gずつ混ぜればよいか。(P 24)

★ 90%の合金を x g, 60%の合金を y g混ぜるとする。

$$\begin{array}{|c|} \hline 90\% \\ \hline x \text{ g} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 60\% \\ \hline y \text{ g} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 85\% \\ \hline 600 \text{ g} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y = 600 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{90}{100}x + \frac{60}{100}y = \frac{85}{100} \times 600 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 90x + 60y = 51000 & \rightarrow (\text{両辺を30でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 600 & \rightarrow (\text{両辺に2をかける}) \\ 3x + 2y = 1700 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 1200 & \dots \textcircled{1}' \\ 3x + 2y = 1700 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1}' - \textcircled{2}' \\ -x = -500 \\ x = 500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 500 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入する} \\ 500 + y = 600 \\ y = 100 \end{aligned}$$

答	90%	500	g
	60%	100	g

17 A, B2種類の食塩水が750gずつある。Aから450g, Bから300gとって混ぜ合わせたら, 8%の食塩水ができた。また, 残った食塩水を混ぜ合わせたら, 7%の食塩水ができた。A, Bの濃度はそれぞれ何%ですか。(P26)

★Aの濃度を $x\%$, Bの濃度を $y\%$ とする。

$$\textcircled{7} \frac{x\%}{450\text{g}} + \frac{y\%}{300\text{g}} = \frac{8\%}{750\text{g}}$$

$$\textcircled{1} \frac{x\%}{300\text{g}} + \frac{y\%}{450\text{g}} = \frac{7\%}{750\text{g}}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 450 + \frac{y}{100} \times 300 = \frac{8}{100} \times 750 & \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \\ \frac{x}{100} \times 300 + \frac{y}{100} \times 450 = \frac{7}{100} \times 750 & \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 450x + 300y = 6000 & \rightarrow (\text{両辺を50でわる}) \\ 300x + 450y = 5250 & \rightarrow (\text{両辺を75でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 6y = 120 & \dots \textcircled{1} \\ 4x + 6y = 70 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}$$

$$5x = 50$$

$$x = 10$$

$$x = 10 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入する}$$

$$90 + 6y = 120$$

$$6y = 30$$

$$y = 5$$

答	A	10	%
	B	5	%

18 濃度の異なる食塩水A, Bがある。食塩水Aを500gと食塩水Bを200g混ぜて, 6%の食塩水をつくろうとしたが, まちがえて食塩水Aと食塩水Bの重さを逆にして混ぜてしまったため, 9%の食塩水ができてしまった。食塩水A, Bの濃度をそれぞれ求めなさい。(P26)

★Aの濃度を $x\%$, Bの濃度を $y\%$ とする。

$$\textcircled{7} \frac{x\%}{500\text{g}} + \frac{y\%}{200\text{g}} = \frac{6\%}{700\text{g}}$$

$$\textcircled{1} \frac{x\%}{200\text{g}} + \frac{y\%}{500\text{g}} = \frac{9\%}{700\text{g}}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 500 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{6}{100} \times 700 \\ \frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 500 = \frac{9}{100} \times 700 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 42 & \dots \textcircled{1} \rightarrow (\text{両辺に5をかける}) \\ 2x + 5y = 63 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺に2をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25x + 10y = 210 & \dots \textcircled{1}' \\ 4x + 10y = 126 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$\textcircled{1}' - \textcircled{2}'$$

$$21x + 10y = 210$$

$$-4x + 10y = 126$$

$$\begin{array}{r} 21x + 10y = 210 \\ -4x + 10y = 126 \\ \hline 21x \qquad = 84 \\ x = 4 \end{array}$$

$$x = 4 \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入する}$$

$$20 + 2y = 42$$

$$2y = 22$$

$$y = 11$$

答	A	4	%
	B	11	%

確

認

問

題

19 現在、父親の年齢と子どもの年齢の和は54である。10年後には、父親の年齢は子どもの年齢の2倍よりも5大きくなるという。現在の父親の年齢と子どもの年齢をそれぞれ求めなさい。(P28)

★現在の父親の年齢を x 歳、子どもの年齢を y 歳とする。

	現在の年齢	10年後の年齢
父親の年齢	x 歳	$(x+10)$ 歳
子どもの年齢	y 歳	$(y+10)$ 歳

$$\begin{cases} x+y=54 & \dots\text{①} & y=13 \text{ を①に代入する} \\ x+10=2(y+10)+5 & \dots\text{②} & x+13=54 \\ & & x=41 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=54 \\ x-2y=15 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{①}-\text{②}' & \\ & \begin{array}{r} x+y=54 \\ -)x-2y=15 \\ \hline 3y=39 \\ y=13 \end{array} \end{aligned}$$

答	父親	41	歳
	子ども	13	歳

20 現在、父親の年齢と子どもの年齢の和は56である。12年後には、父親の年齢は子どもの年齢の2倍よりも2大きくなるという。現在の父親の年齢と子どもの年齢をそれぞれ求めなさい。(P28)

★現在の父親の年齢を x 歳、子どもの年齢を y 歳とする。

	現在の年齢	12年後の年齢
父親の年齢	x 歳	$(x+12)$ 歳
子どもの年齢	y 歳	$(y+12)$ 歳

$$\begin{cases} x+y=56 & \dots\text{①} & y=14 \text{ を①に代入する} \\ x+12=2(y+12)+2 & \dots\text{②} & x+14=56 \\ & & x=42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=56 \\ x-2y=14 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{①}-\text{②}' & \\ & \begin{array}{r} x+y=56 \\ -)x-2y=14 \\ \hline 3y=42 \\ y=14 \end{array} \end{aligned}$$

答	父親	42	歳
	子ども	14	歳

21 男女の人数の比が6:5の会場系の生徒たちが、いすを体育館に運んだ。男子は3脚、女子は2脚ずつ運ぶのを4回くり返したら、全部で336脚のいすが運べた。男女の人数を求めなさい。(P30)

★ 男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x:y=6:5 & \dots\text{①} \\ 4(3x+2y)=336 & \dots\text{②} \end{cases}$$

よって、 y は

$$y = \frac{5}{6} \times 18 = 15$$

整理すると

$$\begin{cases} 5x=6y & \dots\text{①}' \\ 3x+2y=84 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

①' より $y = \frac{5}{6}x$

これを②'へ代入

$$\begin{aligned} 3x + 2 \times \frac{5}{6}x &= 84 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

答 男子 18 人

女子 15 人

22 ある美術館の今週水曜日の入館者数の男女の比は4:3であった。翌日の木曜日は、水曜日に比べて男子が12人減り、女子は6人増えて、男女の比は9:8になった。水曜日の入館者数をそれぞれ求めなさい。(P30)

★ 水曜日の入館者数を男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x:y=4:3 & \dots\text{①} \\ (x-12):(y+6)=9:8 & \dots\text{②} \end{cases}$$

よって、 y は

$$y = \frac{3}{4} \times 120 = 90$$

整理すると

$$\begin{cases} 3x=4y & \dots\text{①}' \\ 8x-9y=150 & \dots\text{②}' \end{cases}$$

①' より $y = \frac{3}{4}x$

これを②'へ代入

$$\begin{aligned} 8x - 9 \times \frac{3}{4}x &= 150 \\ x &= 120 \end{aligned}$$

答 男子 120 人

女子 90 人

チャレンジ問題

1 兄と弟がお金を出し合い、サッカーボールを1個買った。値段は6000円であったので、兄は自分の所持金の $\frac{1}{2}$ を、弟は自分の所持金の $\frac{1}{3}$ を出して代金を支払った。代金を支払った後、残った所持金を比べたところ、兄の金額は弟の金額の2倍であった。代金を支払う前の兄と弟の所持金はそれぞれいくらであったか。

★ 支払う前の兄の所持金を x 円、弟の所持金を y 円とする。

兄が支払った金額は $\frac{1}{2}x$ 円だから、残金は

$$x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x \text{ 円である。}$$

弟が支払った金額は $\frac{1}{3}y$ 円だから、残金は

$$y - \frac{1}{3}y = \frac{2}{3}y \text{ 円である。}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 6000 \quad \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y \times 2 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入する

$$\frac{4}{3}y + \frac{1}{3}y = 6000$$

$$\frac{5}{3}y = 6000$$

$$y = 6000 \times \frac{3}{5}$$

$$y = 3600$$

$y = 3600$ を②に代入する

$$\frac{1}{2}x = \frac{2}{3} \times 3600 \times 2$$

$$\frac{1}{2}x = 4800$$

$$x = 4800 \times 2$$

$$x = 9600$$

答 兄 9600 円

弟 3600 円

2 ある中学校で生徒の通学距離について調査したところ、1.5km未満の生徒の数は、98人で全校生徒の40%であった。また、2.5km以上の生徒の割合は、男子は男子全体の30%、女子は女子全体の20%を占めていたが、これを人数で比べてみると、女子は男子より11人少ないことがわかった。全校の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

★ 全校の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} \frac{40}{100}(x+y) = 98 \quad \dots \textcircled{1} \\ \frac{30}{100}x - \frac{20}{100}y = 11 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases} \rightarrow (\text{両辺に100をかける})$$

$$\begin{cases} x+y = 98 \times \frac{100}{40} \\ 30x - 20y = 1100 \end{cases} \rightarrow (\text{両辺を10でわる})$$

$$\begin{cases} x+y = 245 \quad \dots \textcircled{1}' \\ 3x-2y = 110 \end{cases} \rightarrow (\text{両辺に2をかける})$$

$$2x+2y = 490$$

$$+ 3x-2y = 110$$

$$\hline 5x = 600$$

$$x = 120$$

$x = 120$ を①'に代入する

$$120 + y = 245$$

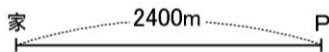
$$y = 125$$

答 男子 120 人

女子 125 人

3 T君と姉のMさんとは、家からの道のりが2400mのP書店まで同じ道を通って行くことにした。T君は午前10時に歩いて家を出発した。Mさんは、午前10時6分に自転車で家を出発し、4分後にT君に追いついた。Mさんは追いついた地点で自転車を降り、T君と一緒に15分歩いたのち、ふたたび自転車で乗り、2分後にP書店に着いた。T君は、そのまま歩いてP書店に着いた。このとき、T君が歩く速さと、Mさんが自転車で走る速さを分速で求めなさい。

★ T君の速さを分速 x m, Mさんの速さを分速 y mとする。



㊦ MさんがT君に追いつく。
(T君が10分間に歩いた道のり)
= (Mさんが4分間に走った道のり)

$$10x = 4y$$

㊧ Mさんが進んだ道のりが2400mである。
 $4y + 15x + 2y = 2400$

$$\begin{cases} 10x = 4y & \dots \textcircled{1} \rightarrow (\text{両辺を2でわる}) \\ 15x + 6y = 2400 & \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺を3でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 2y & \dots \textcircled{1}' \\ 5x + 2y = 800 & \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

①'を②'に代入する
 $2y + 2y = 800$
 $4y = 800$
 $y = 200$

$y = 200$ を①'に代入する
 $5x = 400$
 $x = 80$

答 T君 分速 80 m

Mさん 分速 200 m

4 A, B2種類の食塩水がそれぞれ400gずつある。食塩水Aから200g, 食塩水Bから100gをとって混ぜたら, 8%の食塩水ができた。また, 食塩水Bの残りの300gに20gの食塩を混ぜたら, 食塩水Aと同じ濃度になった。食塩水A, Bの濃度は, それぞれ何%か求めなさい。

★ Aの濃度を x %, Bの濃度を y %とする。

$$\frac{X\%}{200\text{g}} + \frac{y\%}{100\text{g}} = \frac{8\%}{300\text{g}}$$

$$\frac{y\%}{300\text{g}} + \frac{20\text{g}}{\square} = \frac{X\%}{320\text{g}}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{8}{100} \times 300 & \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \\ \frac{y}{100} \times 300 + 20 = \frac{x}{100} \times 320 & \rightarrow (\text{両辺に100をかける}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 200x + 100y = 2400 & \rightarrow (\text{両辺を100でわる}) \\ 300y + 2000 = 320x & \rightarrow (\text{両辺を20でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 24 & \dots \textcircled{1} \rightarrow (\text{両辺に15をかける}) \\ 16x - 15y = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30x + 15y = 360 & \dots \textcircled{1}' \\ 16x - 15y = 100 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1}' + \textcircled{2} \\ 30x + 15y = 360 \\ +) 16x - 15y = 100 \\ \hline 46x = 460 \\ x = 10 \end{array}$$

$x = 10$ を①に代入する
 $20 + y = 24$
 $y = 4$

答 A 10 %

B 4 %

チャレンジ問題

5 あるスーパーマーケットでは、A、B2種類のオレンジを仕入れた。Bのオレンジの個数は、Aより20%多い。A1個の値段を100円とし、BはAより1割安くした。Aのオレンジはすべて売れ、1900円の利益があった。Bは5個売れ残ったが、売り上げ金はAより150円多くなった。Aのオレンジを何個仕入れたか。また、Aのオレンジ全体の仕入れ値は何円か。

★ Aの個数を x 個、A全体の仕入れ値を y 円とする。
Aの利益が1900円であったから、A全体の売り上げは、 $y+1900$ 円となるので、

$$100x = y + 1900 \quad \cdots \textcircled{1}$$

また、B1個の値段は、 $100 \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) = 90$ 円、

Bの仕入れた個数は、Aより20%多いから、

$\left(1 + \frac{20}{100}\right)x = \frac{120}{100}x$ 個であるから、売った個数は、

$\frac{120}{100}x - 5$ 個である。

よって、

$$90 \left(\frac{120}{100}x - 5 \right) = y + 1900 + 150 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} 100x = y + 1900 \\ 90(1.2x - 5) = y + 2050 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100x = y + 1900 \\ 108x - 450 = y + 2050 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100x = y + 1900 \quad \cdots \textcircled{1} \\ 108x = y + 2500 \quad \cdots \textcircled{2}' \end{cases}$$

① - ②'

$$\begin{array}{r} 100x = y + 1900 \\ -) 108x = y + 2500 \\ \hline -8x = -600 \\ x = 75 \end{array}$$

$x = 75$ を①に代入する

$$\begin{array}{r} 7500 = y + 1900 \\ y = 5600 \end{array}$$

答 75 個

5600 円

6 ある組の生徒がA列とB列に分かれて並んでいる。いま、A列の3人をB列に移すと、B列の人数は、この組の生徒数の $\frac{2}{3}$ になるという。また、B列の3人をA列に移すと、A列とB列の人数は等しくなるという。生徒を移さないとき、A列、B列に並んでいる生徒の人数を求めなさい。

★ A列の生徒数を x 人、B列の生徒数を y 人とする。
A→Bに3人移ると、Aは $x-3$ 人、Bは $y+3$ 人になる。
よって、

$$y + 3 = \frac{2}{3}(x + y) \quad \cdots \textcircled{1}$$

B→Aに3人移ると、Aは $x+3$ 人、Bは $y-3$ 人になる。

よって、

$$x + 3 = y - 3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} y + 3 = \frac{2}{3}(x + y) \quad \cdots \textcircled{1} \rightarrow (\text{両辺に3をかける}) \\ x + 3 = y - 3 \quad \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + 9 = 2(x + y) \\ x - y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - y = 9 \quad \cdots \textcircled{1}' \\ x - y = -6 \quad \cdots \textcircled{2}' \end{cases}$$

①' - ②'

$$\begin{array}{r} 2x - y = 9 \\ -) x - y = -6 \\ \hline x = 15 \end{array}$$

$x = 15$ を②'に代入する

$$\begin{array}{r} 15 - y = -6 \\ -y = -21 \\ y = 21 \end{array}$$

答 A列 15 人

 B列 21 人

7 給水管A、Bと水そうがある。Aからは毎分8L、Bからは毎分6Lの水が出る。また、A、Bをいっしょに使って、水そうをいっぱいにするには15分間かかる。いま水そうにAだけで、ある時間水を入れ、続いてBだけで水を入れたら、いっぱいになるまでには、最初から31分間かかった。Aで入れた水の量、Bで入れた水の量をそれぞれ求めなさい。

★ Aだけで入れた時間を x 分、Bだけで入れた時間を y 分とする。

この水そうの容積は、
 $8 \times 15 + 6 \times 15 = 210 \text{ L}$ である。

Aだけで入れた時間と、Bだけで入れた時間を合わせると、31分だから、
 $x + y = 31 \dots \textcircled{1}$

また、水がいっぱいになったから、
 $8x + 6y = 210 \dots \textcircled{2}$

$$\begin{cases} x + y = 31 \dots \textcircled{1} \rightarrow (\text{両辺に3をかける}) \\ 8x + 6y = 210 \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺を2でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 3y = 93 \dots \textcircled{1}' \\ 4x + 3y = 105 \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1}' - \textcircled{2}' \\ 3x + 3y = 93 \\ -) 4x + 3y = 105 \\ \hline -x \quad = -12 \\ x = 12 \end{array}$$

$x = 12$ を $\textcircled{1}$ に代入する
 $12 + y = 31$
 $y = 19$

よって、
 Aで入れた水の量は、
 $8 \times 12 = 96 \text{ L}$

Bで入れた水の量は、
 $6 \times 19 = 114 \text{ L}$

答	A	96	L
	B	114	L

8 40人の団体が競技大会に参加するために、駅から会場までタクシーに分乗して行った。タクシーは4人乗りと5人乗りの2種類があり、どのタクシーも定員通り乗ったところ、ちょうど全員乗ることができた。かかった料金はタクシー1台あたり、4人乗りは820円、5人乗りは900円で全部で7700円であった。4人乗りのタクシー、5人乗りのタクシーはそれぞれ何台でしたか。

★ 4人乗りのタクシーが x 台、5人乗りのタクシーが y 台であったとする。

どのタクシーも定員通り乗ると、40人乗ったから、
 $4x + 5y = 40 \dots \textcircled{1}$

また、料金の関係より、
 $820x + 900y = 7700 \dots \textcircled{2}$

$$\begin{cases} 4x + 5y = 40 \dots \textcircled{1} \rightarrow (\text{両辺に9をかける}) \\ 820x + 900y = 7700 \dots \textcircled{2} \rightarrow (\text{両辺を20でわる}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36x + 45y = 360 \dots \textcircled{1}' \\ 41x + 45y = 385 \dots \textcircled{2}' \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1}' - \textcircled{2}' \\ 36x + 45y = 360 \\ -) 41x + 45y = 385 \\ \hline -5x \quad = -25 \\ x = 5 \end{array}$$

$x = 5$ を $\textcircled{1}$ に代入する
 $4 \times 5 + 5y = 40$
 $20 + 5y = 40$
 $5y = 20$
 $y = 4$

答	4人乗り	5	台
	5人乗り	4	台