神奈川県

問１　次の計算をしなさい。

（ア）　$-11+4$

（イ）　$6-4\times(5-7)$

（ウ）　$\dfrac{1}{2}-\dfrac{5}{7}$

（エ）　$18a^3b\div3ab$

（オ）　$\dfrac{1}{4}(x+2)+\dfrac{1}{8}(5x-4)$

（カ）　$\sqrt{50}-\dfrac{8}{\sqrt{2}}$

（キ）　$(x+2)(x-8)+(x+3)^2$

問２　次の問いに答えなさい。

（ア）　$x(x+2)-15$　を因数分解しなさい。

（イ）　２次方程式　$x^2-6x+4=0$　を解きなさい。

（ウ）　y は x に反比例し，$x=3$ のとき $y=8$ である。$x=4$ のときの y の値を求めなさい。

（エ）　次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ 7x-3y=1 \end{cases}$$

（オ）　関数 $y=-x^2$ について，x の変域が $-3\leqq x\leqq2$ のとき，y の変域は $a\leqq y\leqq b$ である。このとき，a，b の値を求めなさい。

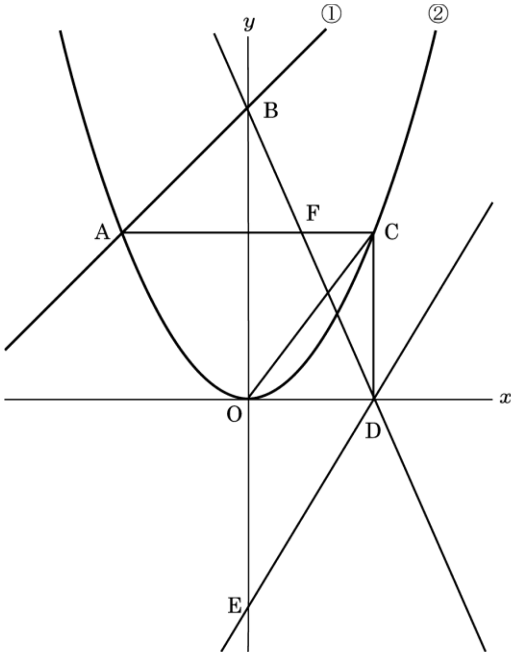
問３　右の図において，直線①は関数$y=x+7$のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は-3 であり，点 B は直線①と y 軸との交点である。

また，点 C は曲線②上の点で，線分 AC は x 軸に平行であり，点 D は x 軸上の点で，線分 CD は y 軸に平行である。

さらに，原点を O とするとき，点 E は OC ＝OE となる y 軸上の点で，その y 座標は負である。

このとき，次の問いに答えなさい。



（ア）　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

（イ）　直線 DE の式を $y=mx+n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

（ウ）　直線 BD と線分 AC との交点を F とするとき，線分 AF と線分 FC の長さの比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

神奈川県

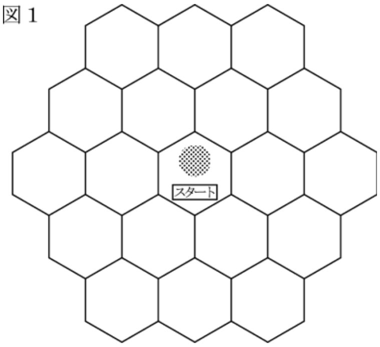
問４　右の図１のように，スタート と書かれている正六角形のまわりに同じ大きさの正六角形を６個，さらにそのまわりに同じ大きさの正六角形 12 個をすき間なく書き，スタート と書かれている正六角形の上に１枚のコインを置く。

大，小２つのさいころを同時に１回投げ，出た目の数によって，次の①，②の操作を順に行うことにする。

①　大きいさいころの出た目の数により次のルールにしたがってコインを動かす。

②　小さいさいころの出た目の数により次のルールにしたがってコインを動かす。

図１



[ルール]

さいころの出た目の数が，

１のとき，図２のようにコインを今ある位置から右上の正六角形に動かす。

２のとき，図２のようにコインを今ある位置から右の正六角形に動かす。

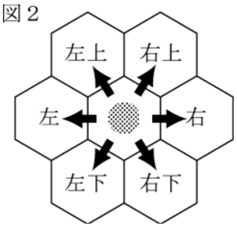
３のとき，図２のようにコインを今ある位置から右下の正六角形に動かす。

４のとき，図２のようにコインを今ある位置から左下の正六角形に動かす。

５のとき，図２のようにコインを今ある位置から左の正六角形に動かす。

６のとき，図２のようにコインを今ある位置から左上の正六角形に動かす。

図２



例

大きいさいころの出た目の数が６，小さいさいころの出た目の数が１のとき，

①　最初に，スタート の位置にあるコインを，図３のように左上の正六角形に動かす。

②　次に，図３の位置にあるコインを，右上の正六角形に動かす。

図３

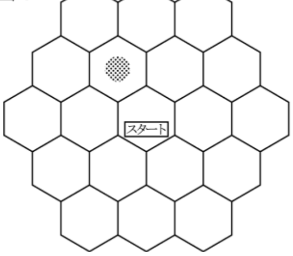
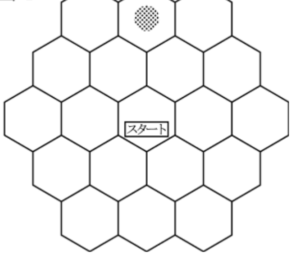


図４



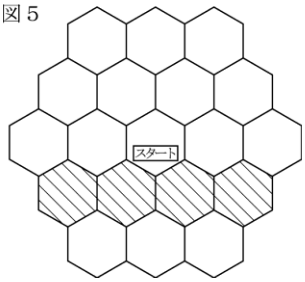
この結果，コインは最後に図４の位置にある。

いま，コインが $\boxed{\text{スタート}}$ の位置にある状態で，大，小２つのさいころを同時に１回投げるとき，次の問いに答えなさい。

（ア）　コインが最後に，$\boxed{\text{スタート}}$ の位置にある確率を求めなさい。

（イ）　コインが最後に，図５の斜線のある４個の正六角形のいずれかにある確率を求めなさい。

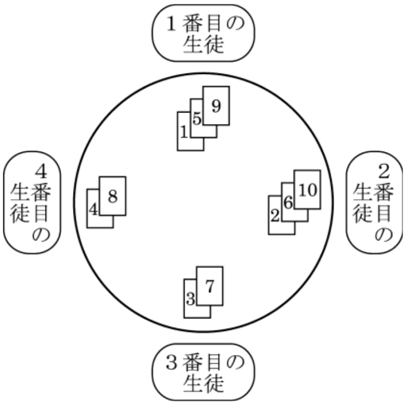
図５



問５　１から 100 までの異なる整数が１つずつ書かれた 100 枚のカードがあり，１のカードから数字の順に重ねられている。これらのカードを，丸いテーブルのまわりに並んだ n 人の生徒に，１のカードから順に１枚ずつ，１番目の生徒から n 番目の生徒へと時計まわりに，カードがなくなるまで何周か配っていく。

例

右の図は，４人の生徒（n=4 の場合）に，カードを 10 枚目まで配ったところを表している。



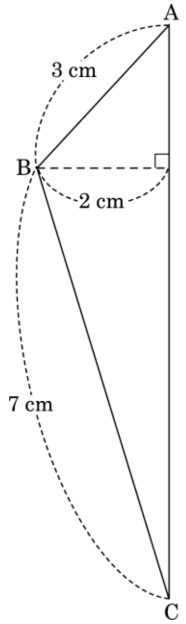
このとき，次の問いに答えなさい。

（ア）　８人の生徒にカードを配るとき，２番目の生徒の４周目に配られたカードに書かれている数を求めなさい。

（イ）　３人の生徒にカードを配るとき，３番目の生徒の何周目かに配られたカードとその次の周に配られたカードに書かれている２つの数の積が 810 になった。
　このとき，この２枚のカードのうち，小さい数の書かれたカードは何周目に配られたかを求めなさい。

問６　右の図は，AB＝3 cm，BC＝7 cm の三角形 ABC である。

頂点 B から辺 AC に引いた垂線の長さが 2 cm のとき，次の問いに答えなさい。



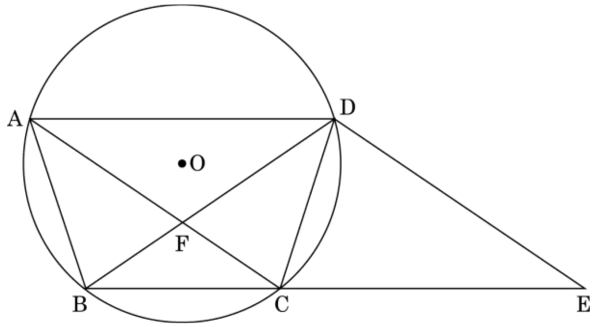
（ア）　辺 AC の長さを求めなさい。

（イ）　この三角形 ABC を，辺 AC を軸として１回転させたときにできる立体の**表面積**を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

問７　右の図のように，円Ｏの周上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄを，四角形ABCDがAD∥BCとなるようにとる。

また，線分BCの延長上に点Ｅを，AC∥DEとなるようにとる。

線分ACと線分BDとの交点をＦとするとき，次の問いに答えなさい。



（ア）　三角形ABDと三角形CDEが合同であることを次のように証明した。空欄（くうらん）にあてはまるものとして最も適するものを，$\boxed{（あ）}$～$\boxed{（う）}$には【Ａ群】から，$\boxed{(a)}$～$\boxed{(c)}$には【Ｂ群】から，それぞれ１つずつ選び，その番号を書きなさい。

［証明］

△ABDと△CDEにおいて，

まず，２組の向かい合う辺がそれぞれ平行なので，

四角形ACEDは平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから，

$\boxed{(a)}$　……①

次に，$\boxed{（あ）}$から，

∠ADB＝∠ACB　……②

また，AC∥DEより

$\boxed{（い）}$から，

∠ACB＝∠DEC　……③

②，③より，∠ADB＝∠DEC　……④

さらに，AD∥BCより平行線の錯角は等しいから，

$\boxed{(b)}$　……⑤

④，⑤より，∠DBC＝∠DEC　……⑥

よって，⑥より△DBEは二等辺三角形となるので，

$\boxed{(c)}$　……⑦

①，④，⑦より，$\boxed{（う）}$から，

△ABD≡△CDE

【A

1．平行線の錯角は等しい
2．平行線の同位角は等しい
3．弧$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しい
4．弧$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角は等しい
5．３辺がそれぞれ等しい
6．２辺とその間の角がそれぞれ等しい
7．１辺とその両端（りょうたん）の角がそれぞれ等しい

【B

1．AB＝DC
2．AC＝BD
3．AD＝CE
4．BD＝DE
5．∠ABD＝∠ACD
6．∠ADB＝∠DBC
7．∠BAC＝∠BDC

（イ）　BC＝3 cm，CE＝5 cm，CE＝DE のとき，線分 AF の長さを求めなさい。

神奈川県

問題		正答	配点
問1	(ア)	-7	1
	(イ)	14	1
	(ウ)	$-\frac{3}{14}$	1
	(エ)	$6a^2$	1
	(オ)	$\frac{7}{8}x$	2
	(カ)	$\sqrt{2}$	2
	(キ)	$2x^2-7$	2

問題		正答	配点
問2	(ア)	$(x+5)(x-3)$	2
	(イ)	$x=3\pm\sqrt{5}$	2
	(ウ)	$y=6$	2
	(エ)	$x=-2$, $y=-5$	2
	(オ)	$a=-9$, $b=0$	2

神奈川県

問題		正答	配点
問３	（ア）	$a=\frac{4}{9}$	2
	（イ）	$m=\frac{5}{3}$， $n=-5$	2
	（ウ）	AF：FC＝5：2	2

問題		正答	配点	備考
問４	（ア）	$\frac{1}{6}$	3	$\frac{6}{36}$， $\frac{3}{18}$， $\frac{2}{12}$ に2点を与える。
	（イ）	$\frac{2}{9}$	3	$\frac{8}{36}$， $\frac{4}{18}$ に2点を与える。

問題		正答	配点
問５	（ア）	26	3
	（イ）	9〔周目〕	3

問題		正答	配点	備考
問６	（ア）	$4\sqrt{5}$ 〔cm〕	3	$\sqrt{5}+\sqrt{45}$ に2点を与える。
	（イ）	20π 〔cm²〕	3	

問題			正答	配点
問７	（ア）	（a）	3	1
		（あ）	3	1
		（い）	2	
		（b）	6	1
		（c）	4	
		（う）	6	
	（イ）		$\frac{25}{8}$ 〔cm〕	3

神奈川県

解説

問３

（ア）　点Ａは直線：$y=x+7$ 上の点であり，$x=-3$ だから，$x=-3$ を $y=x+7$ に代入して，
$y=-3+7=4$　　よって，Ａ$(-3,\ 4)$
また，点Ａ$(-3,\ 4)$は $y=ax^2$ 上の点だから，$4=9a$　　$a=\frac{4}{9}$

（イ）　点Ｃの x 座標は３だから，$y=\frac{4}{9}x^2$ に $x=3$ を代入して，$y=4$　　よって，Ｃ$(3,\ 4)$
したがって，$\mathrm{OC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ だから，点Ｅの座標は，$(0,\ -5)$　　また，Ｄ$(3,\ 0)$である。
よって，直線の式は，**傾き**が $\frac{0-(-5)}{3-0}=\frac{5}{3}$ であり，**切片**が -5 だから，$y=\frac{5}{3}x-5$ である。
以上より，$m=\frac{5}{3}$，$n=-5$

（ウ）　直線 BD の式を $y=px+7$ とすると，点Ｄを通るから，$0=3p+7$　　$p=-\frac{7}{3}$
よって，$y=-\frac{7}{3}x+7$　　点Ｆの y 座標は，４だから，x 座標は，$4=-\frac{7}{3}x+7$　　$x=\frac{9}{7}$
よって，$\mathrm{AF}:\mathrm{FC}=\left\{\frac{9}{7}-(-3)\right\}:\left(3-\frac{9}{7}\right)=5:2$

問４

（ア）　さいころの目の出方は，大小それぞれ６通りずつだから，全部で $6\times6=36$（通り）である。
コインがスタートの位置にある場合（スタートの位置にもどる場合）のさいころの目の出方は，
（大，小）＝（1，4），（2，5），（3，6），（4，1），（5，2），（6，3）の６通りである。
したがって，求める確率は，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

（イ）　斜線の正六角形を左から順番にＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄとする。コインがそれぞれ，
Ａの位置：（大，小）＝（5，4），（4，5）　　Ｂの位置：（大，小）＝（5，3），（3，5）
Ｃの位置：（大，小）＝（2，4），（4，2）　　Ｄの位置：（大，小）＝（2，3），（3，2）
の８通りである。よって，求める確率は，$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

問５

（ア）　８人全員にカードを３周配り終わったとき，カードは $8\times3=24$（枚）配られているから，
４周目に２番目の生徒に配られるカードの数字は，$24+2=26$ である。

（イ）　n 周目に３番目の生徒に配るカードにかかれている数字は，$\boldsymbol{3n}$ であるから，
$3n\times3(n+1)=810$ より，$n^2+n-90=0$　　$(n+10)(n-9)=0$　　$n=-10,\ 9$
$n>0$ より，$n=9$ である。よって，９周目に配られたカードの 27 と，10 周目に配られたカード 30 の積が 810 となったのである。

神奈川県

問６

（ア）　頂点 B から辺 AC に引いた垂線と辺 AC との交点を D とすると，

三平方の定理より，$AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

同様に，$CD=3\sqrt{5}$　　よって，$AC=AD+CD=\sqrt{5}+3\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ (cm)

（イ）　（ア）で定めた D を用いて，BD を半径とする円の円周の長さは，4π cm であるから，

AB を半径とし，弧の長さが 4π のおうぎ形の面積は，$\pi\times 3^2\times\dfrac{4\pi}{6\pi}=6\pi$ (cm^2)

同様に，BC を半径とし，弧の長さが 4π のおうぎ形の面積は，$\pi\times 7^2\times\dfrac{4\pi}{14\pi}=14\pi$ (cm^2)

よって，表面積は，$6\pi+14\pi=20\pi$ (cm^2)

問７

（ア）　△ABD と△CDE において，まず，**２組の向かい合う辺がそれぞれ平行**なので，四角形 ACED は平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから，AD＝CE…①

次に，弧$\overset{\frown}{AB}$に対する**円周角は等しい**から，∠ADB＝∠ACB…②

また，AC∥DE より，**平行線の同位角は等しい**から，∠ACB＝∠DEC…③

②，③より，∠ADB＝∠DEC…④

さらに，AD∥BC より，**平行線の錯角は等しい**から，∠ADB＝∠DBC…⑤

④，⑤より，∠DBC＝∠DEC…⑥

よって，⑥より△DBE は**二等辺三角形**となるので，BD＝DE…⑦

①，④，⑦より，**２辺とその間の角がそれぞれ等しい**から，△ABD≡△CDE

（イ）　四角形 ACED は平行四辺形だから，**２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい**ので，

AD＝CE＝5 cm，AC＝DE＝5 cm

また，△AFD と△CFB において，AD∥BC より，**平行線の錯角は等しい**から，

∠FAD＝∠FCB…①　　∠FDA＝∠FBC…②

①，②より，**２組の角がそれぞれ等しい**ので，△AFD∽△CFB

相似な図形の対応する辺の比は等しいので，AF：CF＝AD：CB＝5：3

よって，$AF=\dfrac{5}{5+3}\times AC=\dfrac{5}{8}\times 5=\dfrac{25}{8}$ (cm)