

問1 次の計算をしなさい。

(ア) $-4 + (-3)$

(イ) $-\frac{1}{7} + \frac{2}{5}$

(ウ) $16ab^2 \div 8ab$

(エ) $\sqrt{54} - \frac{42}{\sqrt{6}}$

問2 次の問いに答えなさい。

(ア) $(x+2)(x+3) - (x+4)^2$ を計算しなさい。

(イ) $(x-5)^2 - 7(x-5) + 12$ を因数分解しなさい。

(ウ) 2次方程式 $5x^2 - 3x - 1 = 0$ を解きなさい。

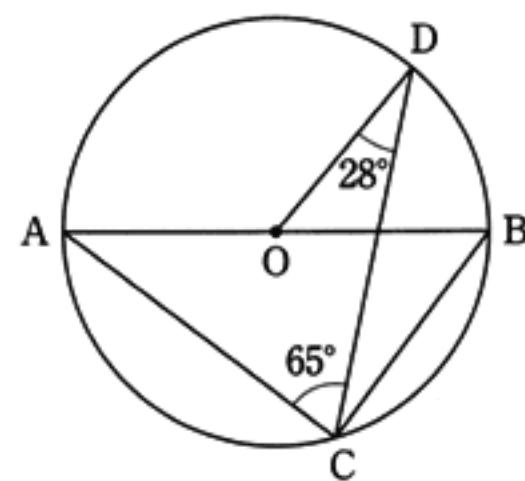
(エ) $x = 3 - \sqrt{7}$ のとき, $x^2 - 6x + 9$ の値を求めなさい。

(オ) 関数 $y = ax^2$ について, x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合が -3 であった。このとき, a の値を求めなさい。

(カ) 1から6までの目の出る大, 小2つのさいころを同時に1回投げるとき, 出た目の数の和が9以上とならない確率を求めなさい。ただし, 大, 小2つのさいころはともに, 1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(キ) 半径が 2 cm である球の体積を $P\text{ cm}^3$, 半径が 3 cm である球の体積を $Q\text{ cm}^3$ とするとき, P と Q の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。ただし, 円周率は π とする。

(ク) 右の図において, 線分 AB は円 O の直径であり,
2点 C, D は円 O の周上の点である。
このとき, $\angle ABC$ の大きさを求めなさい。



問3 右の図において、直線①は関数 $y = 2x + 8$ のグラフであり、曲線②は関数 $y = ax^2$ のグラフである。

点Aは直線①と y 軸との交点である。点Bは曲線②上のある点で、その x 座標は6である。線分ABは x 軸に平行である。点Cは直線①と x 軸との交点である。

また、原点をOとするとき、点Dは y 軸上の点で、 $OB = OD$ であり、その y 座標は負である。

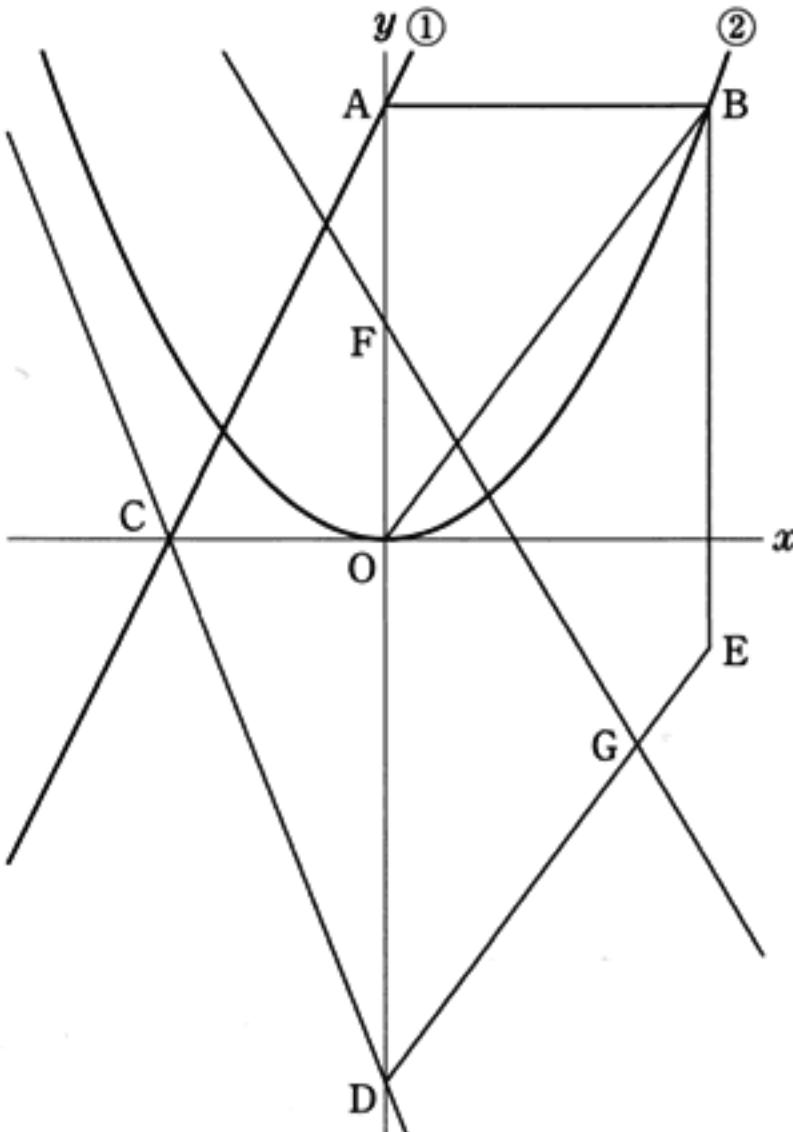
さらに、点Eは $OD = BE$ となる点で、線分BEは y 軸に平行であり、その y 座標は負である。

このとき、次の問いに答えなさい。

(ア) 曲線②の式 $y = ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線CDの式を求め、 $y = mx + n$ の形で書きなさい。

(ウ) 点Fは線分OAの中点であり、点Gは線分DE上の点である。直線FGが四角形ODEBの面積を2等分するとき、点Gの座標を求めなさい。



問4 ある年の7月に、野球チームA, Bがそれぞれ試合を行った。

次の図は、Aチームが行った全試合におけるそれぞれの得点の記録をヒストグラムに表したものである。

また、表は、Bチームが行った全試合におけるそれぞれの得点の記録を度数分布表にまとめたものであり、Bチームが行った全試合の得点の合計は108点である。

このとき、あとの問い合わせに答えなさい。

図 Aチームの得点

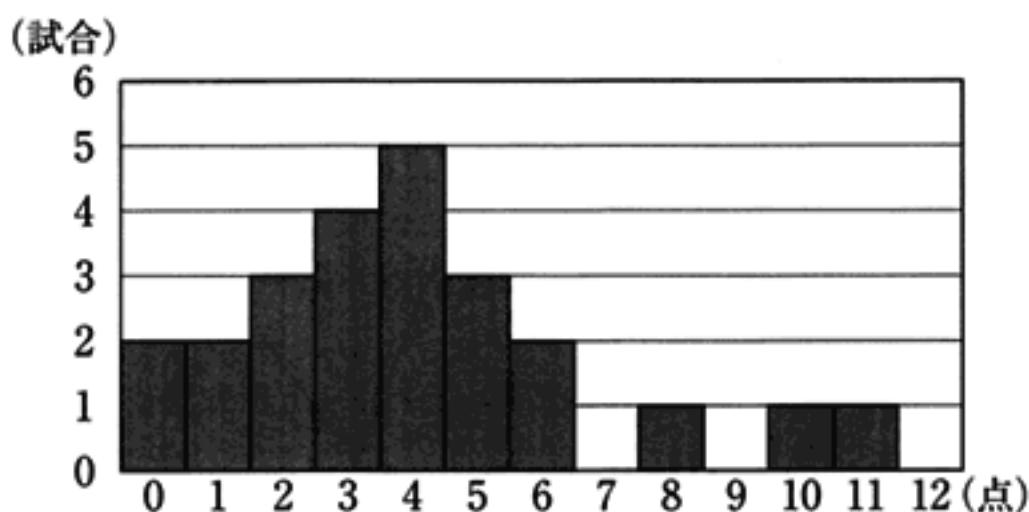


表 Bチームの得点

得点 (点)	度数 (試合)
0	1
1	0
2	(i)
3	4
4	2
5	2
6	(ii)
7	3
8	1
9	1
10	3
計	20

(ア) 図における中央値を求めなさい。

(イ) 表の中の (i), (ii) にあてはまる数を求めなさい。

(ウ) 図、表からわかることとして正しいものを次の1~5の中から2つ選び、その番号を書きなさい。

1. Aチームの試合数はBチームの試合数より多く、Aチームの全試合の得点の合計はBチームの全試合の得点の合計より多い。
2. Aチームの得点の最頻値はAチームの得点の平均値と等しいが、Bチームの得点の最頻値はBチームの得点の平均値と異なる。
3. Aチームの得点の範囲はBチームの得点の範囲より大きく、Aチームが10点以上得点した試合数はBチームが10点以上得点した試合数より多い。
4. Aチームの得点の平均値はBチームの得点の平均値より大きく、Aチームの得点の最頻値はBチームの得点の最頻値より小さい。
5. Aチームの得点は、Aチームの試合の半数以上でAチームの得点の平均値以上である。

問5 工場 A では、製品 P の出荷数について、1年目に 100 個出荷し、2年目には1年目より x 割多く出荷し、3年目には2年目より $2x$ 割多く出荷する計画を立てた。

このとき、次の問いに答えなさい。

- (ア) $x=1$ のとき、工場 A において、2年目に出荷する製品 P の個数を求めなさい。
- (イ) 工場 A において、3年目に製品 P を 208 個出荷するとき、 x についての方程式をつくり、 x の値を求めなさい。ただし、 $x > 0$ とする。なお、答えを導くまでの途中経過も書きなさい。

問6 右の図1は、線分ABを直径とする円Oを底面とし、線分ACを母線とする円すいであり、点Dは線分BCの中点である。

図1

$AB = 6\text{ cm}$, $AC = 10\text{ cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

- (ア) この円すいの体積を求めなさい。
- (イ) この円すいにおいて、2点A, D間の距離を求めなさい。
- (ウ) この円すいの表面上に、図2のように点Aから線分BCと交わるように、点Aまで線を引く。このような線のうち、長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

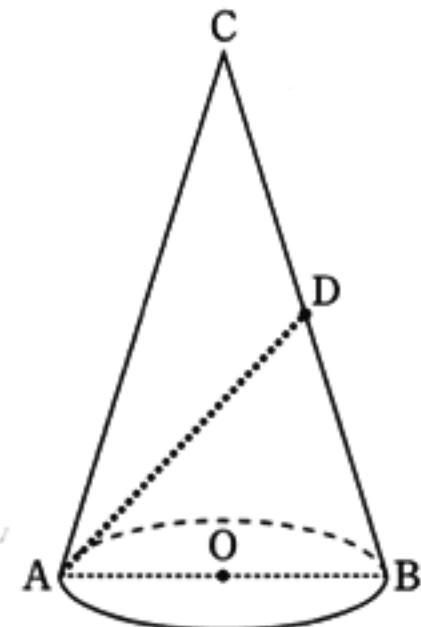
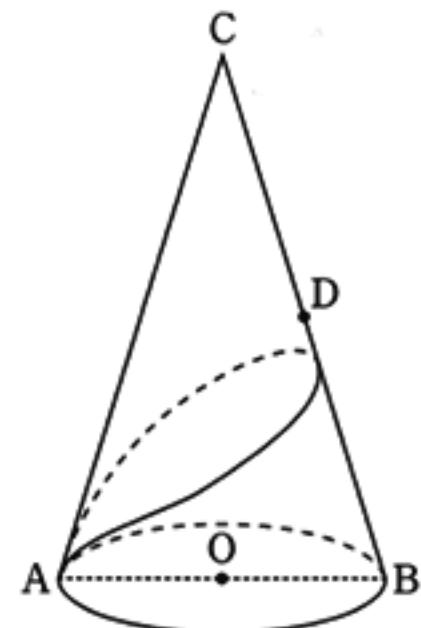


図2

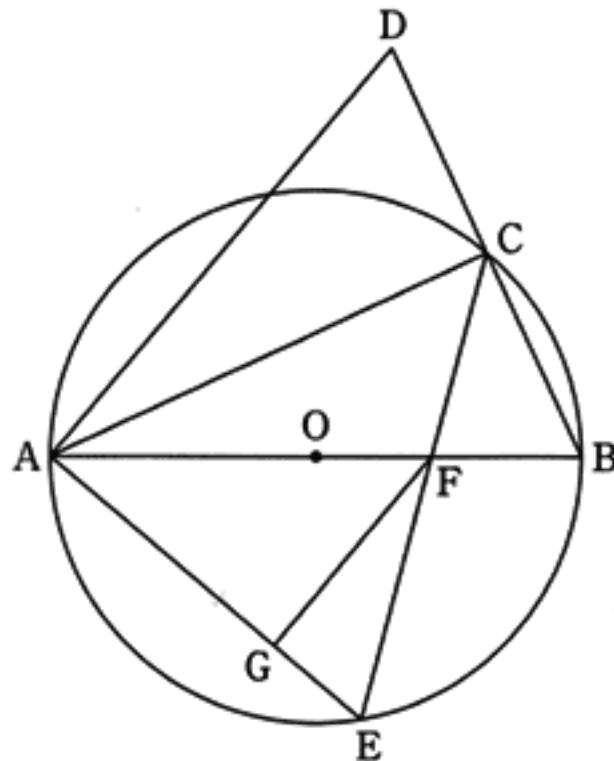


問7 右の図のように、線分ABを直径とする円Oの周上に、2点A, Bとは異なる点Cを $AC > BC$ となるようにとり、線分BCの延長上に点Bとは異なる点Dを $AB = AD$ となるようにとる。

また、点Cをふくまない \widehat{AB} 上に2点A, Bとは異なる点Eをとり、線分ABと線分CEとの交点をFとする。

さらに、線分AE上に点Gを $AE \perp FG$ となるようとする。

このとき、三角形ACDと三角形FGEが相似であることを証明しなさい。



(問題は、これで終わりです。)

III 数学 正答表並びに採点基準 (平成27年度)

問	配点			
問1	各3点 計12点			
(ア) -7	(イ) $\frac{9}{35}$	(ウ) $2b$	(エ) $-4\sqrt{6}$	
問2	各4点 計32点			
(ア) $-3x-10$	(イ) $(x-8)(x-9)$	(ウ) $x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{10}$	(エ) 7	
(オ) $a = \frac{3}{4}$	(カ) $\frac{13}{18}$	(キ) $P : Q = 8 : 27$	(ク) $\angle ABC = \boxed{53}^\circ$	
問3	各4点 計12点			
(ア) $a = \frac{2}{9}$	(イ) $y = -\frac{5}{2}x-10$	(ウ) $G \left(\frac{14}{3}, -\frac{34}{9} \right)$		
問4	(ア)4点 (イ)両方 できて4点 (ウ)両方 できて4点 計12点			
4 点	(イ) 2 (ウ) 1 (エ) 2 (オ) 5			
問5	(ウ)順不同可。			
(ア) 110 個				
(イ)	2年目の出荷数は $100\left(1 + \frac{x}{10}\right)$ 個だから。 $100\left(1 + \frac{x}{10}\right)\left(1 + \frac{2x}{10}\right) = 208$ 展開して整理すると, $2x^2 + 30x - 108 = 0$ 両辺を 2 で割ると, $x^2 + 15x - 54 = 0$ $(x-3)(x+18) = 0$	したがって, $x=3, x=-18$ $x > 0$ だから, $x=-18$ は問題に適していない。 $x=3$ は問題に適している。 したがって, $x=3$	[答] $x = \boxed{3}$	(イ)は正答例。
問6	各4点 計12点			
(ア) $3\sqrt{91}\pi \text{ cm}^3$	(イ) $\sqrt{43} \text{ cm}$	(ウ) $5+5\sqrt{5} \text{ cm}$		
問7	10点			
[証明]	<p>$\triangle ACD$ と $\triangle FGE$ において, まず, $\angle ACB$ は線分 AB を直径とする半円の 弧に対する円周角だから, $\angle ACB = 90^\circ$ また, 3点 B, C, D は 1 直線上にあるから, $\angle ACD = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ$① さらに, 仮定から, $\angle FGE = 90^\circ$② ①, ②より, $\angle ACD = \angle FGE$③</p> <p>次に, $\triangle ABD$ は $AB = AD$ の二等辺三角形だから, $\angle ADB = \angle ABD$ よって, $\angle ADC = \angle ABC$④ また, \widehat{AC} に対する円周角は等しいから, $\angle ABC = \angle AEC$ よって, $\angle ABC = \angle FEG$⑤ ④, ⑤より, $\angle ADC = \angle FEG$⑥ ③, ⑥より, 2組の角がそれぞれ等しいから, $\triangle ACD \sim \triangle FGE$</p>			正答例。
	計 100点			