

※途中計算や図などは残し、解答は下線部分や指定された所にはっきりと読みやすい文字で記入すること。

1 1次不等式 $2(4x-1) > 5x-11$ を解け。

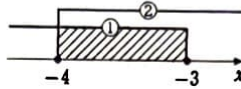
$2(4x-1) > 5x-11$ より $8x-2 > 5x-11$
 移項すると $8x-5x > -11+2$
 整理すると $3x > -9$
 両辺を3で割って $x > -3$

$x > -3$ 5点

2 次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} 3x+5 \geq 4(x+2) \\ 4x+5 \geq 2x-3 \end{cases}$

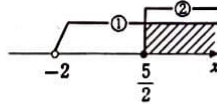
$3x+5 \geq 4(x+2)$ から $3x+5 \geq 4x+8$
 すなわち $-x \geq 3$
 よって $x \leq -3$ ①
 $4x+5 \geq 2x-3$ から $2x \geq -8$
 よって $x \geq -4$ ②
 ①と②の共通範囲を求めて $-4 \leq x \leq -3$



$-4 \leq x \leq -3$ 5点

(2) $\begin{cases} 2(1-x)-5 < 3x+7 \\ \frac{x-6}{7} \leq \frac{x-5}{5} \end{cases}$

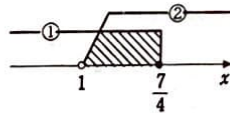
$2(1-x)-5 < 3x+7$ から $2-2x-5 < 3x+7$
 すなわち $-5x < 10$
 よって $x > -2$ ①
 $\frac{x-6}{7} \leq \frac{x-5}{5}$ の両辺に35を掛けると
 $35(\frac{x-6}{7}) \leq 35(\frac{x-5}{5})$
 展開すると $5x-30 \leq 7x-35$
 すなわち $-2x \leq -5$
 よって $x \geq \frac{5}{2}$ ②



$x \geq \frac{5}{2}$ 5点

3 不等式 $5x-6 \leq x+1 < 2x$ を解け。

$5x-6 \leq x+1$ から $4x \leq 7$
 よって $x \leq \frac{7}{4}$ ①
 $x+1 < 2x$ から $-x < -1$
 よって $x > 1$ ②
 ①と②の共通範囲を求めて $1 < x \leq \frac{7}{4}$



$1 < x \leq \frac{7}{4}$ 5点

4 次の方程式、不等式を解け。

(1) $|x+5|=4$

$|x+5|=4$ から $x+5 = \pm 4$
 よって $x = -1, -9$

$x = -1, -9$ 5点

(2) $|3x-7| > 8$

$|3x-7| > 8$ から $3x-7 < -8, 8 < 3x-7$
 よって $3x < -1, 15 < 3x$
 ゆえに $x < -\frac{1}{3}, 5 < x$

$x < -\frac{1}{3}, 5 < x$ 5点

(3) $|2x+3| \leq 7$

$|2x+3| \leq 7$ から $-7 \leq 2x+3 \leq 7$
 各辺から3を引いて $-10 \leq 2x \leq 4$
 したがって $-5 \leq x \leq 2$

$-5 \leq x \leq 2$ 5点

(4) $|x+4|=3x$

[1] $x+4 \geq 0$ すなわち $x \geq -4$ のとき、方程式は $x+4=3x$
 よって $x=2$
 これは、 $x \geq -4$ を満たす。
 [2] $x+4 < 0$ すなわち $x < -4$ のとき、方程式は $-(x+4)=3x$
 よって $x=-1$
 これは、 $x < -4$ を満たさない。
 [1], [2] から、求める解は $x=2$

$x=2$ 5点

5 次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $8 + \frac{2}{3}(n-5) > \frac{7}{4}n$ を満たす最大の自然数 n を求めよ。

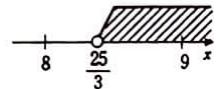
両辺に12を掛けると $96 + 8(n-5) > 21n$
 展開すると $96 + 8n - 40 > 21n$
 整理すると $-13n > -56$
 よって $n < \frac{56}{13} = 4.3 \dots$
 これを満たす最大の自然数 n は $n=4$

$n=4$ 5点

(2) A店では500円でこの店の会員になることができ、会員は店の品物を10%引きで買うことができる。A店で定価が600円の品物を買うとき、会員になった方が合計が安くなるのは、この品物を何個以上買うときか。

品物を x 個買うとする。600円の10%引きの値段は $600 \times 0.9 = 540$ (円)
 よって、会員になった上で品物を x 個買ったときの値段は $500 + 540x$ (円)
 会員にならずに品物を x 個買ったときの値段は $600x$ 円
 条件から $500 + 540x < 600x$ ゆえに $-60x < -500$
 よって $x > \frac{500}{60} = \frac{25}{3} = 8.3 \dots$

x は整数であるから $x \geq 9$
 ゆえに、9個以上買うとき
 会員になった方が安くなる。



9個以上 5点

6 x, yは実数, nは自然数とする。次の問いについて、

- ① 「必要条件であるが十分条件ではない」
- ② 「十分条件であるが必要条件ではない」
- ③ 「必要十分条件である」
- ④ 「必要条件でも十分条件でもない」

(1) $x > 0$ は $x \neq 1$ であるための

$x=1$ のとき $x=1$
 よって、「 $x > 0 \Rightarrow x \neq 1$ 」は偽。
 逆に、 $x=-1$ のとき、 $x > 0$ でない。
 よって、「 $x \neq 1 \Rightarrow x > 0$ 」は偽。

④ 5点

(2) nが3の倍数であることは $n=9$ であるための

「nが3の倍数 $\Rightarrow n=9$ 」は偽 (反例: $n=3$)、
 「 $n=9 \Rightarrow n$ が3の倍数」は真。

① 5点

(3) $x=y=2$ は、 $2x-y=2y-x=2$ であるための

$x=y=2$ のとき $2x-y=2 \cdot 2-2=2, 2y-x=2 \cdot 2-2=2$
 よって、「 $x=y=2 \Rightarrow 2x-y=2y-x=2$ 」は真。
 逆に、 $2x-y=2, 2y-x=2$ を連立方程式として解くと $x=2, y=2$
 よって、「 $2x-y=2y-x=2 \Rightarrow x=y=2$ 」は真。

③ 5点

(4) $x=-2$ は、 $x^2=4$ であるための

$x=-2$ のとき $x^2=(-2)^2=4$
 よって、「 $x=-2 \Rightarrow x^2=4$ 」は真。
 逆に、 $x=2$ のとき、 $x^2=4$ であるが、 $x=-2$ でない。
 よって、「 $x^2=4 \Rightarrow x=-2$ 」は偽。

② 5点

(5) $xy > 0$ は、 $x > 0$ かつ $y > 0$ であるための

「 $xy > 0 \Rightarrow x > 0$ かつ $y > 0$ 」は偽。(反例は $x=-1, y=-1$)
 「 $x > 0$ かつ $y > 0 \Rightarrow xy > 0$ 」は真。

① 5点

7 x, y, zは実数とする。次の中で、 $x=y$ と同値な条件をすべて選べ。

- ① $xz=yx$ ② $x+z=y+z$ ③ $(x-y)^2=0$ ④ $x^2=y^2$
- ① 「 $xz=yx \Rightarrow x=y$ 」は偽 (反例: $x=1, y=2, z=0$)
 ② 「 $x+z=y+z \Leftrightarrow x=y$ 」が成り立つ。
 ③ 「 $(x-y)^2=0 \Leftrightarrow x-y=0$ 」が成り立つ。
 すなわち「 $(x-y)^2=0 \Leftrightarrow x=y$ 」が成り立つ。
 ④ 「 $x^2=y^2 \Rightarrow x=y$ 」は偽 (反例: $x=1, y=-1$)

よって、 $x=y$ と同値な条件は ②, ③ ②, ③ 5点

8 x, yは実数, nは自然数とする。
 次の命題の逆・裏・対偶を述べ、それらの真偽も答え、偽の場合はその反例も述べよ。なお、解答は表の中に記入しなさい。

(1) 命題 「 $x \neq 1 \Rightarrow (x-1)(x-2) \neq 0$ 」 7点

	命題	真偽	反例
逆	$(x-1)(x-2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$	真	
裏	$x=1 \Rightarrow (x-1)(x-2)=0$	真	
対偶	$(x-1)(x-2)=0 \Rightarrow x=1$	偽	$x=2$

(2) 命題 「 $x > 2$ かつ $y > 3 \Rightarrow xy > 6$ 」 7点

	命題	真偽	反例
逆	$xy > 6 \Rightarrow x > 2$ かつ $y > 3$	偽	$x=-4, y=-2$
裏	$x \leq 2$ または $y \leq 3 \Rightarrow xy \leq 6$	偽	$x=-4, y=-2$
対偶	$xy \leq 6 \Rightarrow x \leq 2$ または $y \leq 3$	真	

(3) 命題 「 n^2+1 は奇数 $\Rightarrow n$ は偶数」 6点

	命題	真偽	反例
逆	n は偶数 $\Rightarrow n^2+1$ は奇数	真	
裏	n^2+1 は偶数 $\Rightarrow n$ は奇数	真	
対偶	n は奇数 $\Rightarrow n^2+1$ は偶数	真	