数学A 1 学期期末考査

(　)組(　)番 氏名(　　　　)

平均:58

⑦

【1】10人の生徒の中から次のように3人を選ぶとき、選び方は何通りあるか。

(1) 議長、副議長、書記それぞれ1人ずつ。

$10 \times 9 \times 8 = 720$

1つ 4点

4点×25

=100点満点

720通り

(2) 3人の委員。(3人には区別がない)

${}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$

120通り

(3) 委員長1人と委員を2人。

${}_{10}C_1 \times {}_9C_2$

$= 10 \cdot \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1}$

$= 360$

360通り

【2】大人4人と子ども2人が一列に並ぶとき、次のような並び方は何通りあるか。

(1) 子ども2人が続いて並ぶ。

子ども2人を1人とみると

5!通り、子どもの並び方

は 2!通り

$5! \times 2!$

$= 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1$

$= 20 \times 12 = 240$

240通り

(2) 両端が大人。

両端の大人の並び方

は ${}_4P_2$ 通り それぞれ

に対し他の並び方は

4!通り

${}_4P_2 \times 4!$

$= 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$= 12 \cdot 24$

$= 288$

288通り

【3】7個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 を次のように並べて3桁の整数をつくる。いくつできるか答えよ。

(1) 異なる3個を並べて、作る3桁の奇数。

□ 百 十 一

$3 \times 5 \times 5$

$= 15 \times 5 = 75$

75通り

(2) 同じ数字を、何回でも重複を許して並べる3桁の偶数。

□ 百 十 一

$4 \times 6 \times 7 = 24 \times 7$

$= 168$

168通り

【4】a, b, c, d, e, f の6人が円形のテーブルに着席するとき、次の並び方は何通りあるか。

(1) すべての並び方。

ⓐを固定して

b ← c ← d ← e ← f

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 20 \times 6 = 120$

120通り

(2) aとbが真正面に向かい合う並び方。

ⓐⓑを固定して

$4 \times 3 \times 2 \times 1$

$= 24$

24通り

【5】4個の文字の集合 U = {a, b, c, d} の部分集合の総数を求めよ。

○含む、×含まないとして

a b c d

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

16個

【6】9人を次のように分けるとき、分け方は何通りあるか。

(1) A, B, C の3つの部屋に3人ずつ分ける。

Aにはいるのは ${}_9C_3$ 通り

それぞれに対し Bには

${}_6C_3$ 通り分け方があるので

${}_9C_3 \times {}_6C_3$

$= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 84 \times 20$

$= 1680$

1680通り

(2) 3人ずつの3つの組に分ける。

(1)で1つの分け方が何回

重複しているか、というと

(1, 2, 3) (4, 5, 6) (7, 8, 9)

A < B — C

$3 \times 2 \times 1 = 6$ 回

$\therefore \frac{1680}{6} = 280$

280通り

(3) 5人、2人、2人の3つの組に分ける。

2人部屋に区別がつくとすると

${}_9C_2 \times {}_7C_2$ 通り

2回重複しているので

$\frac{1}{2} {}_9C_2 \cdot {}_7C_2$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1}$

$= 9 \cdot 42 = 378$

378通り

【7】aが4個、bが3個、cが2個の9個の文字を一列に並べるのは何通りあるか。

$\frac{9!}{4!\,3!\,2!}$

$= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 63 \times 20$

$= 1260$

${}_9C_2 \cdot {}_7C_3$

$= \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 63 \cdot 20$

$= 1260$

としてもよい

1260通り

【8】6本の平行線とそれらに交わる4本の平行線がある。これらの平行線で作られる平行四辺形は、全部で何個あるか。

それぞれの平行線から

2本の組合せが決まれば

平行四辺形が決まる

${}_6C_2 \times {}_4C_2$

$= \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}$

$= 90$

90個

【9】Aチーム5人、Bチーム5人の中から4人のメンバーを選ぶとき、次のような選び方は何通りあるか。

(1) Aチームから1人、Bチームから3人ずつ選ぶ。

A, Bからの選び方は

それぞれ ${}_5C_1$, ${}_5C_3$ 通り

${}_5C_1 \times {}_5C_3$

$= 5 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 50$

50通り

(2) Aチームから少なくとも一人選ぶ。

すべての選び方は ${}_{10}C_4$ 通り

Bから4人の 〃 ${}_5C_4$ 通り

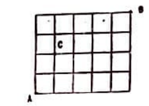
${}_{10}C_4 - {}_5C_4$

$= \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} - {}_5C_1$

$= 210 - 5 = 205$

205通り

【10】下の図のような道のある地域で、次のような最短の道順は何通りあるか。



(1) AからBまで行くすべての最短の道順。

${}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 18 \cdot 7 = 126$

126通り

(2) AからCを通ってBまで行く最短の道順。

A → C は ${}_3C_1$ 通り

C → B は ${}_6C_2$ 通り

${}_3C_1 \cdot {}_6C_2$

$= 3 \cdot \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 45$

45通り

(3) AからCを通らずにBまで行く最短の道順。

$126 - 45 = 81$

81通り

【11】りんご、みかん、バナナの3種類の果物から、重複を許して5個取る組合せの総数を求めよ。

ⓡⓡⓜⓜ|ⓑ

1 1の決め方は

${}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$

21通り

【12】次の確率を求めよ。

(1) 2個のさいころを同時に投げるとき、目の和が4以下のなる確率。

目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通り

目の和が4以下になるのは

(1, 1)

(1, 2) (2, 1)

(1, 3) (2, 2) (3, 1)

$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{6}$

(2) 赤玉3個、白玉4個の入った袋から、同時に玉を2個取り出すとき、赤玉、白玉がともに1個ずつである確率。

すべての取り出し方は ${}_7C_2$ 通り

その中で赤玉、白球が1個ずつ

あるのは ${}_3C_1 \cdot {}_4C_1$ 通り

$\frac{{}_3C_1 \cdot {}_4C_1}{{}_7C_2} = \frac{3 \times 4}{\frac{7 \times 6}{2 \cdot 1}} = \frac{4}{7}$

$\frac{4}{7}$

(3) 3個のさいころを同時に投げるとき、すべてが3の倍数である確率。

すべての投げ方は $6 \times 6 \times 6$ 通り

3の倍数(3または6)ばかりでるのは

$2 \times 2 \times 2$ 通り

$\frac{2 \times 2 \times 2}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{27}$

$\frac{1}{27}$

(4) A, Bの2人を含む5人のリレー選手がいる。走る順番をくじ引きで決めるとき、Aが1番目、Bが5番目になる確率。

すべての決め方は 5!通り

条件をみたすのは 3!通り

Ⓐ □□□ Ⓑ

$\frac{3!}{5!} = \frac{1}{20}$

$\frac{1}{20}$