

同じ解を持つ連立方程式

例題 2つの連立方程式 $\begin{cases} 4x+3y=4 \\ ax-2by=7 \end{cases}$ と $\begin{cases} 2ax+3by=-14 \\ -2x+5y=24 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a, b の値を求めよ。

答

練習 2つの連立方程式 $\begin{cases} x-2y=9 \\ ax+2by=-9 \end{cases}$ と $\begin{cases} bx+2ay=18 \\ 3x+y=13 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a, b の値を求めよ。

答

練習 次の各問いに答えよ。

(1) 2つの連立方程式 $\begin{cases} bx+ay=8 \\ -2x-3y=6 \end{cases}$ と $\begin{cases} 5x+4y=20 \\ 3ax+2by=6 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a 、 b の値を求めよ。

答

(2) 2つの連立方程式 $\begin{cases} 5x-3y=2 \\ bx-ay=-1 \end{cases}$ と $\begin{cases} 3ax+4by=10 \\ 4x-5y=-14 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a 、 b の値を求めよ。

答

同じ解を持つ連立方程式

例題 2つの連立方程式 $\begin{cases} 4x+3y=4 \\ ax-2by=7 \end{cases}$ と $\begin{cases} 2ax+3by=-14 \\ -2x+5y=24 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a, b の値を求めよ。

★

連立方程式 $\begin{cases} 4x+3y=4 \cdots ① \\ -2x+5y=24 \cdots ② \end{cases}$ を解く。

<p>① + ② × 2 より、</p> $\begin{array}{r} 4x + 3y = 4 \\ +) -4x + 10y = 48 \\ \hline 13y = 52 \\ y = 4 \cdots ③ \end{array}$	<p>③を①に代入して、</p> $\begin{array}{r} 4x + 3 \times 4 = 4 \\ 4x + 12 = 4 \\ 4x = 4 - 12 \\ 4x = -8 \\ x = -2 \end{array}$
---	--

よって、 $x = -2, y = 4$

連立方程式 $\begin{cases} ax-2by=7 \\ 2ax+3by=-14 \end{cases}$ に $x = -2, y = 4$ をそれぞれ

代入すると、

$\begin{cases} a \times (-2) - 2b \times 4 = 7 \\ 2a \times (-2) + 3b \times 4 = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 8b = 7 \cdots ④ \\ -4a + 12b = -14 \cdots ⑤ \end{cases}$ <p>④ × 2 - ⑤ より、</p> $\begin{array}{r} -4a - 16b = 14 \\ -) -4a + 12b = -14 \\ \hline -28b = 28 \\ b = -1 \cdots ⑥ \end{array}$	<p>⑥を④に代入して、</p> $\begin{array}{r} -2a - 8 \times (-1) = 7 \\ -2a + 8 = 7 \\ -2a = 7 - 8 \\ -2a = -1 \\ -2a = -1 \\ a = \frac{1}{2} \end{array}$
---	--

したがって、 $a = \frac{1}{2}, b = -1$

答	$a = \frac{1}{2}, b = -1$
---	---------------------------

練習 2つの連立方程式 $\begin{cases} x-2y=9 \\ ax+2by=-9 \end{cases}$ と $\begin{cases} bx+2ay=18 \\ 3x+y=13 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a, b の値を求めよ。★

連立方程式 $\begin{cases} x-2y=9 \cdots ① \\ 3x+y=13 \cdots ② \end{cases}$ を解く。

<p>① + ② × 2 より、</p> $\begin{array}{r} x - 2y = 9 \\ +) 6x + 2y = 26 \\ \hline 7x = 35 \\ x = 5 \cdots ③ \end{array}$	<p>③を②に代入して、</p> $\begin{array}{r} 3 \times 5 + y = 13 \\ 15 + y = 13 \\ y = 13 - 15 \\ y = -2 \end{array}$
---	---

よって、 $x = 5, y = -2$

連立方程式 $\begin{cases} ax+2by=-9 \cdots ① \\ bx+2ay=18 \cdots ② \end{cases}$ に $x = 5, y = -2$ をそれぞれ

代入すると、

$\begin{cases} a \times 5 + 2b \times (-2) = -9 \\ b \times 5 + 2a \times (-2) = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a - 4b = -9 \cdots ④ \\ -4a + 5b = 18 \cdots ⑤ \end{cases}$ <p>④ × 4 - ⑤ × 5 より、</p> $\begin{array}{r} 20a - 16b = -36 \\ +) -20a + 25b = 90 \\ \hline 9b = 54 \\ b = 6 \cdots ⑥ \end{array}$	<p>⑥を④に代入して、</p> $\begin{array}{r} 5a - 4 \times 6 = -9 \\ 5a - 24 = -9 \\ 5a = -9 + 24 \\ 5a = 15 \\ a = 3 \end{array}$
--	--

したがって、 $a = 3, b = 6$

答	$a = 3, b = 6$
---	----------------

練習 次の各問いに答えよ。

(1) 2つの連立方程式 $\begin{cases} bx+ay=8 \\ -2x-3y=6 \end{cases}$ と $\begin{cases} 5x+4y=20 \\ 3ax+2by=6 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a 、 b の値を求めよ。

★

連立方程式 $\begin{cases} -2x-3y=6 \cdots\text{①} \\ 5x+4y=20 \cdots\text{②} \end{cases}$ を解く。

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 5 + \text{②} \times 2 \text{ より,} \\ -10x - 15y = 30 \\ +) \quad 10x + 8y = 40 \\ \hline -7y = 70 \\ y = -10 \cdots\text{③} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{③を②に代入して,} \\ 5x + 4 \times (-10) = 20 \\ 5x - 40 = 20 \\ 5x = 20 + 40 \\ 5x = 60 \\ x = 12 \end{array}$$

よって、 $x=12$ 、 $y=-10$

連立方程式 $\begin{cases} bx+ay=8 \cdots\text{①} \\ 3ax+2by=6 \cdots\text{②} \end{cases}$ に $x=12$ 、 $y=-10$ をそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases} b \times 12 + a \times (-10) = 8 \\ 3a \times 12 + 2b \times (-10) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10a + 12b = 8 \cdots\text{④} \\ 36a - 20b = 6 \cdots\text{⑤} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{④} \times 5 + \text{⑤} \times 3 \text{ より,} \\ -50a + 60b = 40 \\ +) \quad 108a - 60b = 18 \\ \hline 58a = 58 \\ a = 1 \cdots\text{⑥} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{⑥を④に代入して,} \\ -10 \times 1 + 12b = 8 \\ -10 + 12b = 8 \\ 12b = 8 + 10 \\ 12b = 18 \\ b = \frac{3}{2} \end{array}$$

したがって、 $a=1$ 、 $b=\frac{3}{2}$

答 $a=1, b=\frac{3}{2}$

(2) 2つの連立方程式 $\begin{cases} 5x-3y=2 \\ bx-ay=-1 \end{cases}$ と $\begin{cases} 3ax+4by=10 \\ 4x-5y=-14 \end{cases}$ が同じ解を持つとき、 a 、 b の値を求めよ。

★

連立方程式 $\begin{cases} 5x-3y=2 \cdots\text{①} \\ 4x-5y=-14 \cdots\text{②} \end{cases}$ を解く。

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 4 - \text{②} \times 5 \text{ より,} \\ 20x - 12y = 8 \\ -) \quad 20x - 25y = -70 \\ \hline 13y = 78 \\ y = 6 \cdots\text{③} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{③を①に代入して,} \\ 5x - 3 \times 6 = 2 \\ 5x - 18 = 2 \\ 5x = 2 + 18 \\ 5x = 20 \\ x = 4 \end{array}$$

よって、 $x=4$ 、 $y=6$

連立方程式 $\begin{cases} bx-ay=-1 \\ 3ax+4by=10 \end{cases}$ に $x=4$ 、 $y=6$ をそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases} b \times 4 - a \times 6 = -1 \\ 3a \times 4 + 4b \times 6 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 4b = -1 \cdots\text{④} \\ 12a + 24b = 10 \cdots\text{⑤} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{④} \times 2 + \text{⑤} \text{ より,} \\ -12a + 8b = -2 \\ +) \quad 12a + 24b = 10 \\ \hline 32b = 8 \\ b = \frac{1}{4} \cdots\text{⑥} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{⑥を⑤に代入して,} \\ 12a + 24 \times \frac{1}{4} = 10 \\ 12a + 6 = 10 \\ 12a = 10 - 6 \\ 12a = 4 \\ a = \frac{1}{3} \end{array}$$

したがって、 $a=\frac{1}{3}$ 、 $b=\frac{1}{4}$

答 $a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{4}$