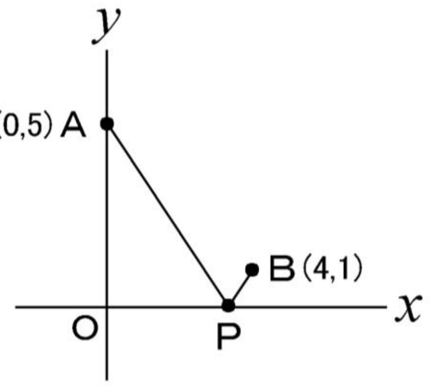
関数攻略

最短距離

～ ポイント ～

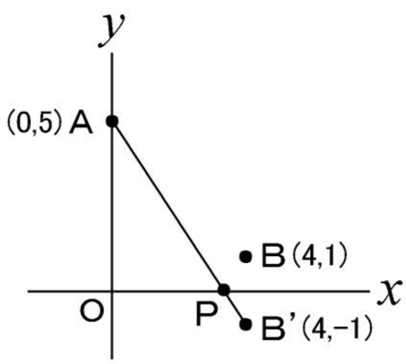
★ 対称な点をとって直線にすればよい。

（例） 下の図において，x 軸上に点Pがあり，AP＋PBの長さが最短になるときの点Pの座標を求めなさい。



〔解法〕

i) x 軸に対し，Bに対称な点B’をとる。



ii) 直線AB’

$y=ax+5$ に，(4, −1)を代入

$-1=4a+5$

$4a=-6$

$a=-\frac{3}{2}$

$y=-\frac{3}{2}x+5$

iii) 点P

$y=-\frac{3}{2}x+5$ に，$y=0$ を代入

$0=-\frac{3}{2}x+5$

$\frac{3}{2}x=5$

$x=5\times\frac{2}{3}$

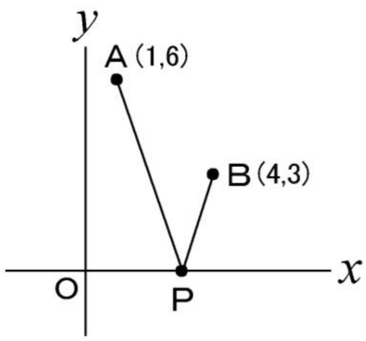
$x=\frac{10}{3}$

よって，$P\left(\frac{10}{3},0\right)$

答 $P\left(\frac{10}{3},0\right)$

攻略問題

下の図において，x 軸上に点Pがあり，AP＋PBの長さが最短になるときの点Pの座標を求めなさい。

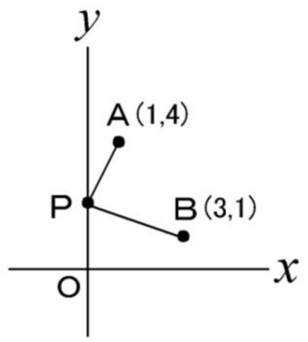


答

過去問題

平成20年

下の図のように，2点A（1，4），B（3，1）があります。y 軸上に点Pをとり，AP＋PBの長さを考えます。AP＋PBの長さが最も短くなるとき，点Pの座標を求めなさい。

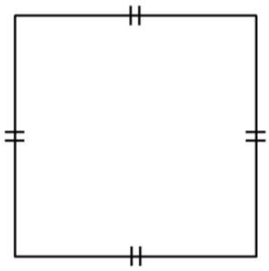


答

四角形・三角形

～ ポイント ～

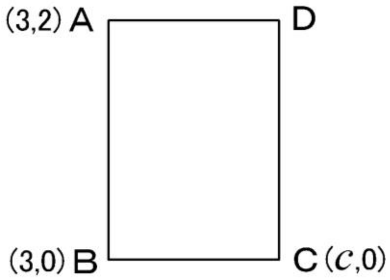
1. 正方形



◆ 正方形になるための条件は，

$\boxed{\text{たて} = \text{横}}$

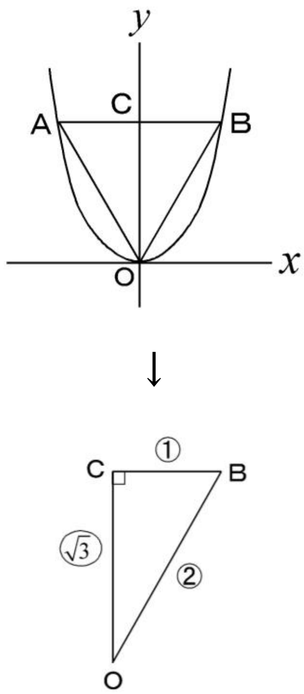
2. 長さの表し方



◆ AB（たての長さ）
=（上の y 座標）ー（下の y 座標）
$= 2-0=2$

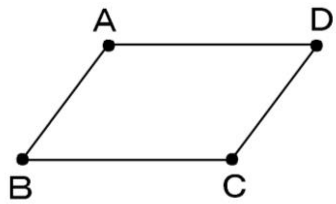
◆ BC（横の長さ）
=（右の x 座標）ー（左の x 座標）
$= c-3$

3. 正三角形



三平方の定理を使う。

4. 平行四辺形

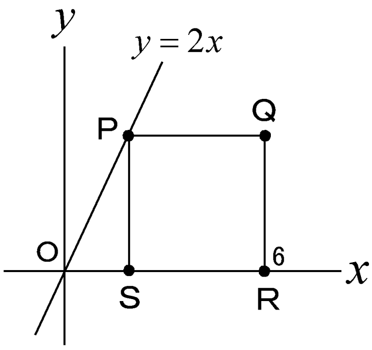


① 対角線の中点は，ACの中点（BDの中点）

② AとBの x 座標，y 座標の差は，DとCの x 座標，y 座標の差と等しい。

攻略問題

1 下の図で，四角形PQRSは正方形です。点Pの座標を求めなさい。

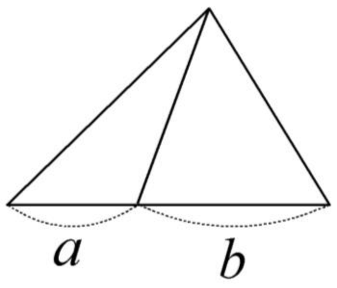


答

面積比

～ ポイント ～

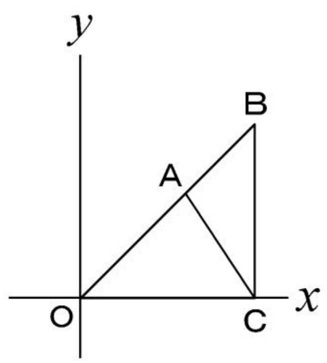
1.



↓

面積比 ⇒ $\boxed{a:b}$

2.



△AOCと△ABCの面積比は，

$\boxed{\mathrm{OA}:\mathrm{AB}}$

↓

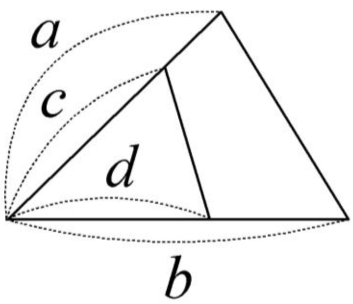
OA：ABは，

AとOの x 座標の差 ： BとAの x 座標の差

AとOの y 座標の差 ： BとAの y 座標の差

どちらでも求められる。

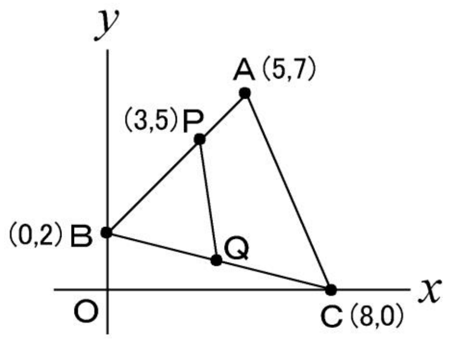
3. $\boxed{\text{斜め打法}}$



大：小 $= ab:cd$

攻略問題

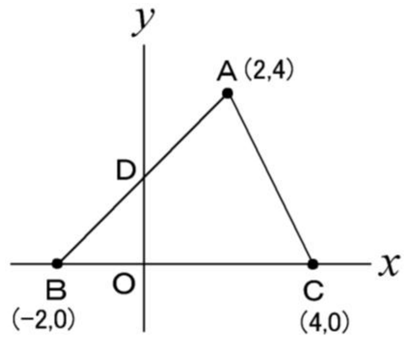
1 下の図で，△ABCと△PBQの面積比を求めなさい。



※ Qの x 座標は4

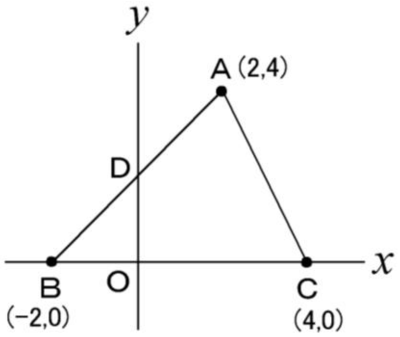
答

2 下の図のような△ABCがあり，A(2，4)，B(−2，0)，C(4，0)です。ABと y 軸の交点をDとするとき，△ABCと△DBOの面積比を求めなさい。



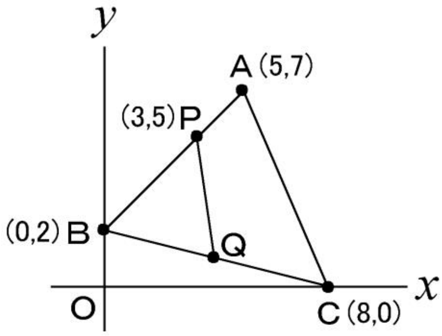
答

3 下の図のような△ABCがあり，A（2，4），B（−2，0），C（4，0）です。ABと y 軸の交点をDとするとき，△ABCと△DBOの面積比を求めなさい。



答

4 下の図で，△ABCと△PBQの面積比を求めなさい。



※ Qの x 座標は4

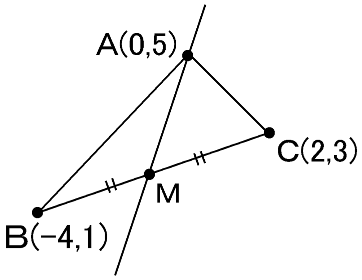
答

三角形の面積の二等分

～ ポイント ～

★代表的な2つのパターン★

1. 三角形の頂点を通る場合



対辺の中点を通る直線を考える。

図の直線は，中点Mの座標が

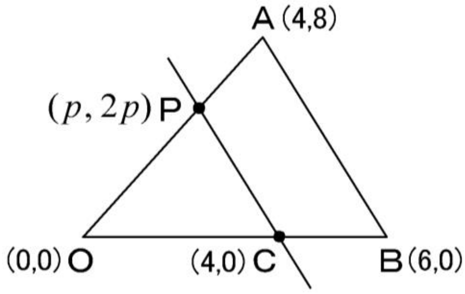
$\left(\dfrac{-4+2}{2}, \dfrac{1+3}{2}\right)=(-1, 2)$　となるので，

$y=ax+5$ に，(−1，2)を代入して，

$y=3x+5$ となる。

答　　$y=3x+5$

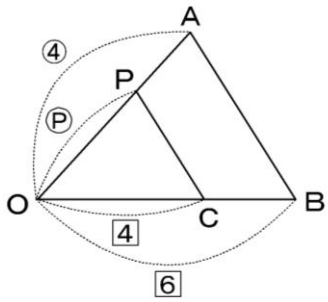
2. 辺上の点を通る場合



（例）点Cを通り，△AOBの面積を二等分する直線とOAの交点の座標を求めなさい。ただし，直線OAは $y=2x$ となる。

重要　※点Pの x 座標を p とする。

- △OAB : △OPC＝2:1となればよい。
  （斜め打法を使う。）
- x 座標の差を求める。
  （場合によっては y 座標でもよい）



面積を求める式を使って求めてもよい。

$\triangle OAB : \triangle OPC = 4\times6 : p\times4 = 2:1$

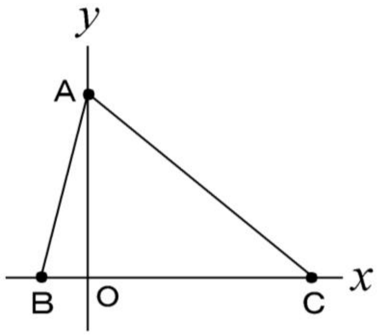
$8p=24$

$p=3$

答　　(3，6)

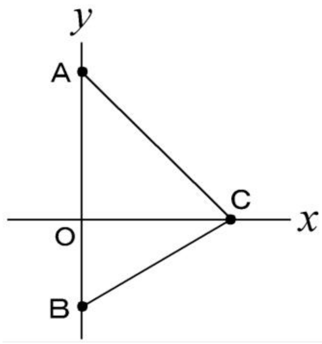
攻略問題

1 下の図のように，3点A(0, 4)，B(−1, 0)，C(5, 0)があります。点Aを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。



答

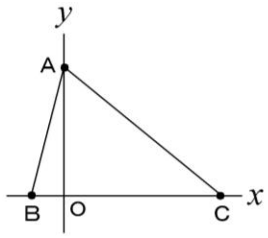
2 下の図のように，3点A(0, 5)，B(0, −3)，C(5, 0)があります。点Aを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。



答

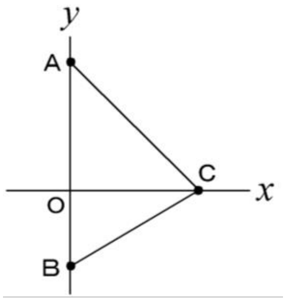
～メモ～

4 下の図のように，3点A(0, 4)，B(−1, 0)，C(5, 0)があります。原点Oを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。



答

5 下の図のように，3点A(0, 5)，B(0, −3)，C(5, 0)があります。原点Oを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

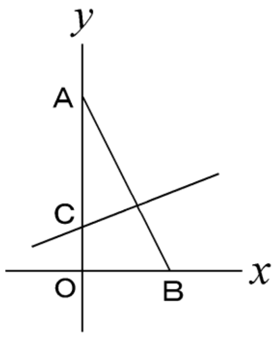


答

埼玉県 過去問題

平成16年

下の図で，点A，B，Cの座標は，それぞれA(0, 12)，B(6, 0)，C(0, 3)です。点Cを通り，△AOBの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

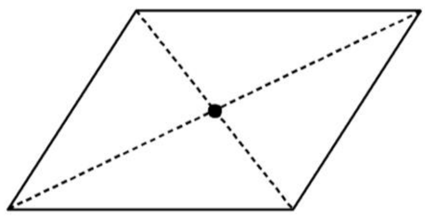


答

四角形の面積の二等分

～ **ポイント** ～

1. 平行四辺形



平行四辺形は，対角線の交点（中点）を通る直線で二等分される。

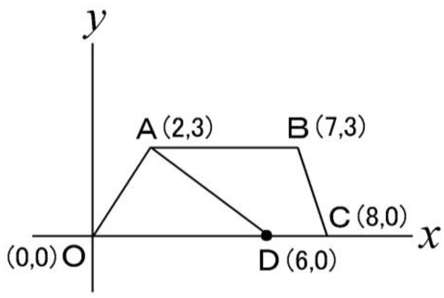
2. 台形

① 高さの等しい台形と，三角形の面積比

↓

上底＋下底 ： 底辺 が面積比
高さの等しい台形同士は，（上底＋下底）の比

（例）

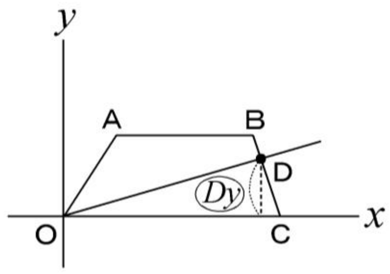


台形OABCと△OADの面積比は，

（上底＋下底）：底辺 $=(5+8):6$

$=13:6$ となる

② 高さの等しくない台形と三角形の面積比



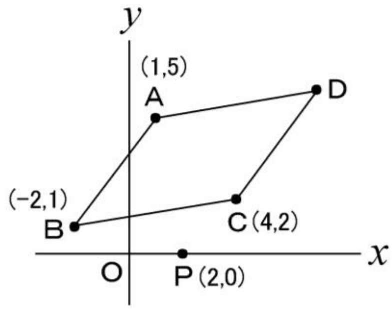
● 台形の面積から，三角形の面積を求める。

↓

● Dの y 座標を文字で置きかえて直線BCの式を求めて，Dの座標を求める。

攻略問題

1 下の図のような平行四辺形ABCDがあります。次の問いに答えなさい。



(1) 点Dの座標を求めなさい。

答

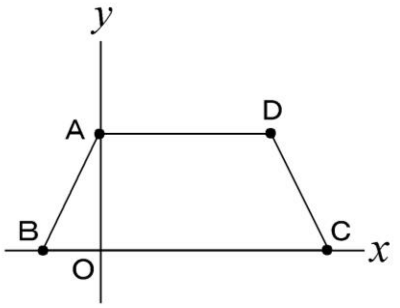
(2) 平行四辺形ABCDの対角線の交点の座標を求めなさい。

答

(3) 点P(2, 0)を通り，平行四辺形ABCDの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

答

2 下の図のように，4点A(0, 2)，B(−1, 0)，C(4, 0)，D(3, 2)をとり，四角形ABCDをつくります。点Aを通る直線ℓが，四角形ABCDの面積を二等分するとき，直線ℓの式を求めなさい。



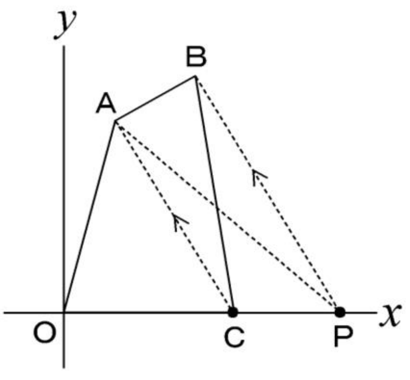
答

等積変形

～ ポイント ～

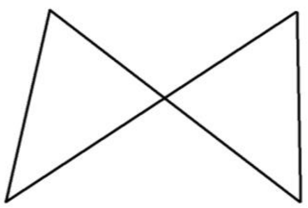
★代表的な2つのパターン★

1.



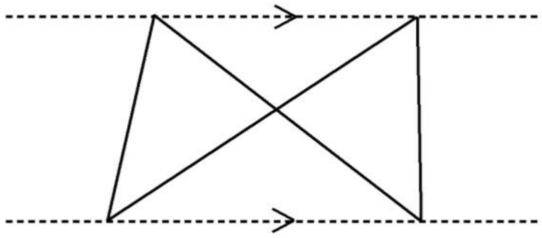
四角形OABC＝△OAP

重要

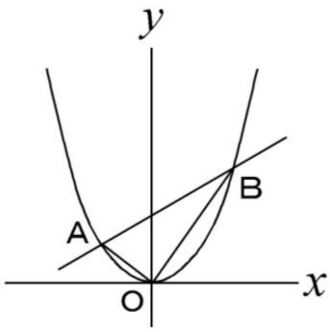


の形があったら，平行線

↓

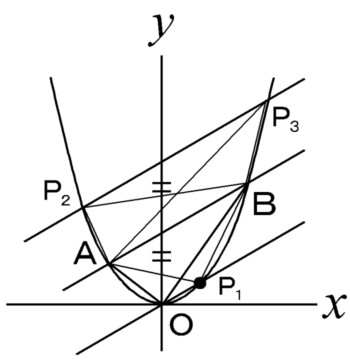


2.



△OABと面積の等しい△PAB
（点Pは放物線上）

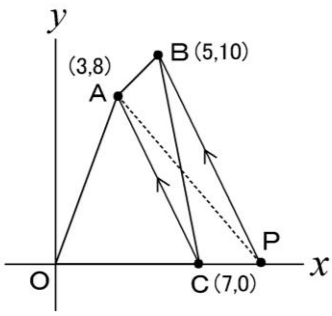
↓



放物線上という条件では，Pは 3 つある。
P_1だけ求める問題がほとんど。

攻略問題

1 4点O(0, 0), A(3, 8), B(5, 10), C(7, 0)を結んでできる四角形について, 次の問いに答えなさい。



(1) x軸上に点Pをとり, 四角形AOCBと△AOPの面積を等しくします。このとき, 点Pの座標を求めなさい。

答

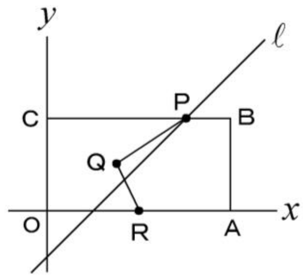
(2) 点Aを通り, 四角形AOCBの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

答

過去問題

平成15年

下の図のように, 長方形OABCの辺BC, OA上に, それぞれ点P(6, 4), R(4, 0), 長方形OABCの内部に点Q(3, 2)があり, 長方形OABCが, 折れ線PQRで2つの部分に分かれています。 左右それぞれの部分の面積を変えないように, 折れ線PQRのかわりに, 点Pを通る直線ℓで長方形OABCを分けるとき, 直線ℓの式を求めなさい。



答

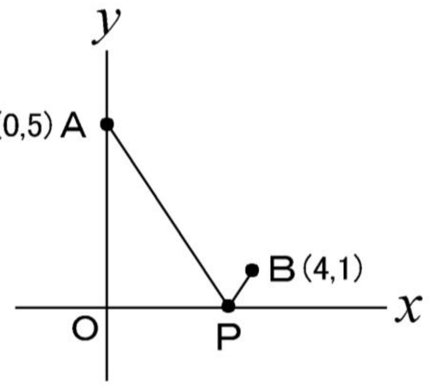
解答　関数攻略

最短距離

～　ポイント　～

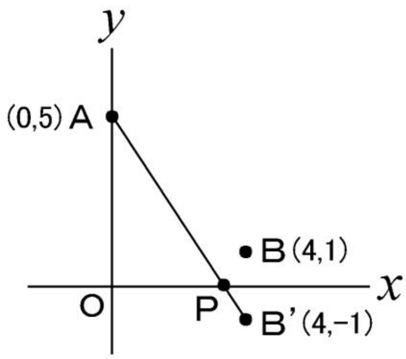
★　対称な点をとって直線にすればよい。

（例）　下の図において，x 軸上に点Pがあり，AP＋PBの長さが最短になるときの点Pの座標を求めなさい。



〔解法〕

i)　x 軸に対し，Bに対称な点B’をとる。



ii)　直線AB’

$y=ax+5$ に，(4，－1)を代入

$-1=4a+5$

$4a=-6$

$a=-\frac{3}{2}$

$y=-\frac{3}{2}x+5$

iii)　点P

$y=-\frac{3}{2}x+5$ に，$y=0$ を代入

$0=-\frac{3}{2}x+5$

$\frac{3}{2}x=5$

$x=5\times\frac{2}{3}$

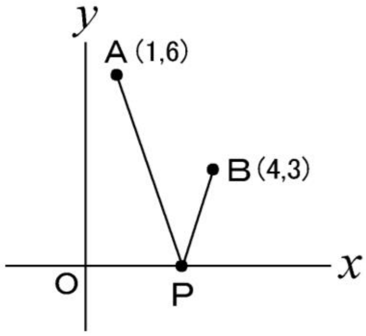
$x=\frac{10}{3}$

よって，P$\left(\frac{10}{3},0\right)$

答　　P$\left(\frac{10}{3},0\right)$

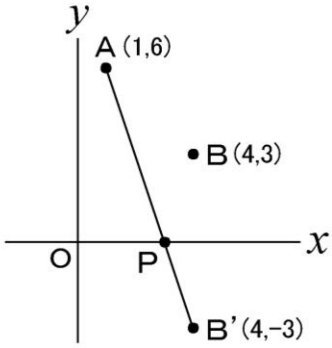
攻略問題

下の図において，x 軸上に点Pがあり，AP＋PBの長さが最短になるときの点Pの座標を求めなさい。



★

$i)$　対称な点をとる。



$ii)$　直線AB’

$$
\begin{array}{rl}
 & 6=a+b \\
-) & -3=4a+b \\
\hline
 & 9=-3a
\end{array}
$$

$a=-3$，$b=9$

$y=-3x+9$

$iii)$　$y=-3x+9$ に，$y=0$ を代入

$0=-3x+9$

$3x=9$

$x=3$

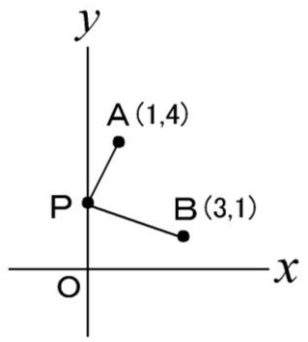
P(3, 0)

答　　P(3, 0)

過去問題

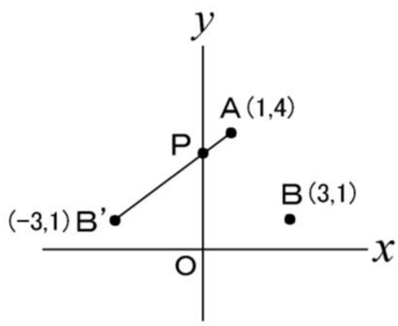
平成20年

下の図のように，2点A(1, 4)，B(3, 1)があります。y 軸上に点Pをとり，AP＋PBの長さを考えます。AP＋PBの長さが最も短くなるとき，点Pの座標を求めなさい。



★

$i)$　対称な点をとる。



$ii)$　直線AB’

$$
\begin{array}{rl}
 & 4=a+b \\
-) & 1=-3a+b \\
\hline
 & 3=4a
\end{array}
$$

$a=\dfrac{3}{4}$，$b=\dfrac{13}{4}$

$y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{13}{4}$

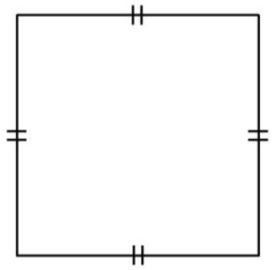
$iii)$　点Pは切片なので，

$P\left(0,\ \dfrac{13}{4}\right)$

答　　$P\left(0,\ \dfrac{13}{4}\right)$

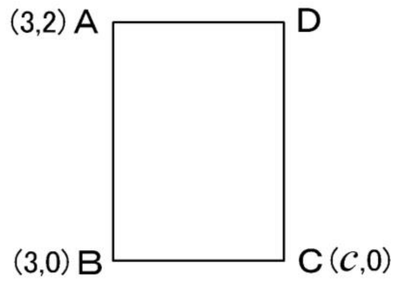
～ ポイント ～

1. 正方形



◆ 正方形になるための条件は，
$\boxed{\text{たて ＝ 横}}$

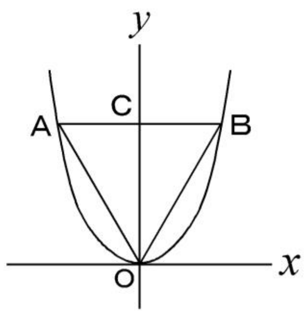
2. 長さの表し方



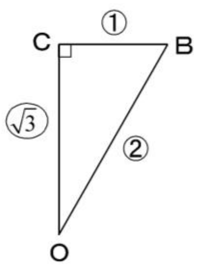
◆ AB（たての長さ）
＝（上の y 座標）－（下の y 座標）
＝ $2-0=2$

◆ BC（横の長さ）
＝（右の x 座標）－（左の x 座標）
＝ $c-3$

3. 正三角形

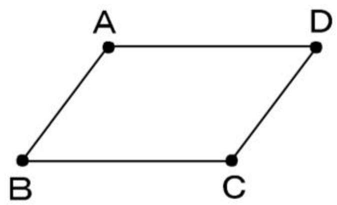


↓



三平方の定理を使う。

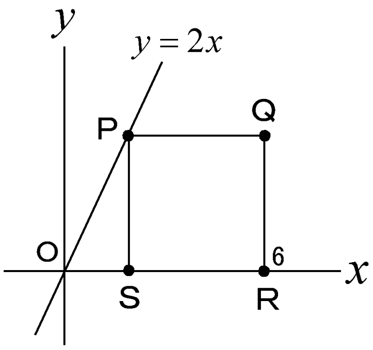
4. 平行四辺形



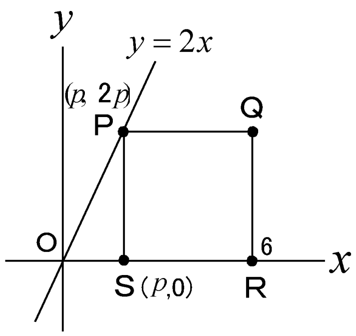
① 対角線の中点は，ACの中点（BDの中点）
② AとBの x 座標，y 座標の差は，DとCの x 座標，y 座標の差と等しい。

攻略問題

1 下の図で，四角形PQRSは正方形です。点Pの座標を求めなさい。



★



$i)$　点Pの x 座標を p とすると，P$(p, 2p)$

すると，Sの座標は$(p, 0)$

$ii)$　点Qの x 座標は 6 だから，

QP$=6-p$

PS$=2p-0=2p$

$iii)$　PS＝QPより，

$2p=6-p$

$3p=6$

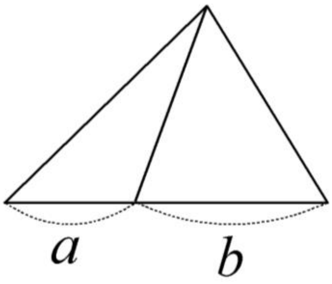
$p=2$

P$(p, 2p)$より，（2，4）

答　　　　P（2，4）

～ **ポイント** ～

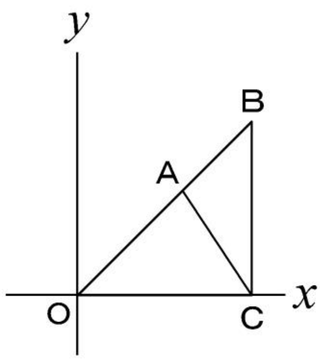
1.



↓

面積比 ⇒ $\boxed{a:b}$

2.



△AOCと△ABCの面積比は,

$\boxed{\text{OA}:\text{AB}}$

↓

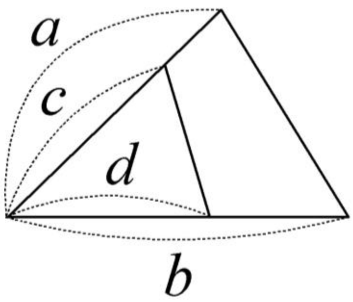
OA：ABは,

AとOの x 座標の差 ： BとAの x 座標の差

AとOの y 座標の差 ： BとAの y 座標の差

どちらでも求められる。

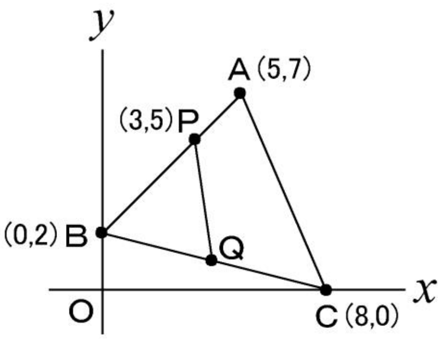
3. 斜め打法



大：小 $=ab:cd$

攻略問題

1 下の図で，△ABCと△PBQの面積比を求めなさい。



※ Qの x 座標は4

i)

AB : PB＝ABの x 座標の差 : PBの x 座標の差
（※ y 座標の差でもよい。）

$=(5-0):(3-0)$

$=5:3$

ii)

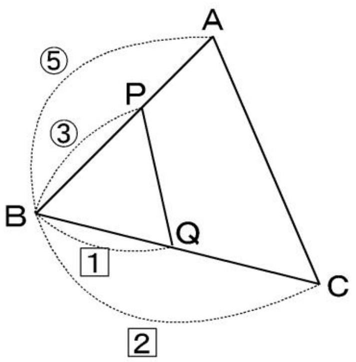
BC : BQ＝BCの x 座標の差 : BQの x 座標の差

$=(8-0):(4-0)$

$=8:4$

$=2:1$

iii)



よって，

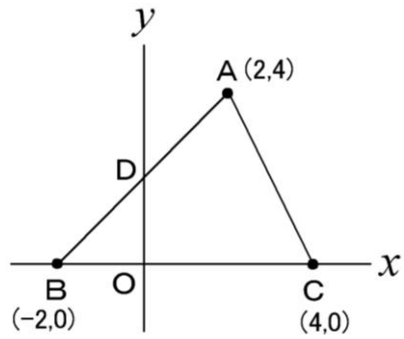
△ABC : △PBQ

$=5\times2:3\times1$

$=10:3$

答　10:3

2 下の図のような△ABCがあり，A(2, 4)，B(−2, 0)，C(4, 0)です。ABと y 軸の交点をDとするとき，△ABCと△DBOの面積比を求めなさい。



i)

AB : DB＝ABの x 座標の差 : DBの x 座標の差

$=\{2-(-2)\}:\{0-(-2)\}$

$=4:2$

$=2:1$

ii)

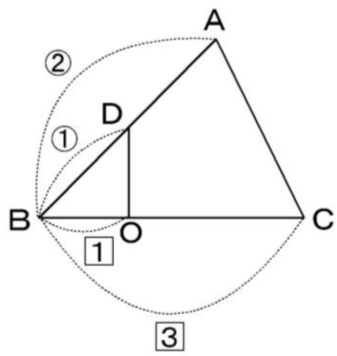
CB : OB＝CBの x 座標の差 : OBの x 座標の差

$=\{4-(-2)\}:\{0-(-2)\}$

$=6:2$

$=3:1$

iii)



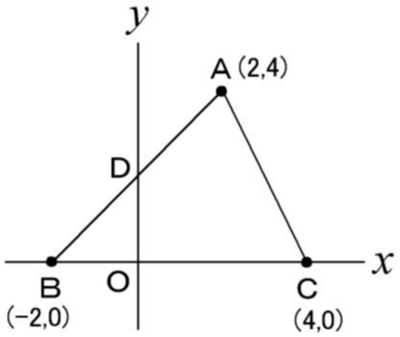
△ABC : △DBO

$=2\times3:1\times1$

$=6:1$

答　6:1

3 下の図のような△ABCがあり，A(2, 4)，B(−2, 0)，C(4, 0)です。ABと y 軸の交点をDとするとき，△ABCと△DBOの面積比を求めなさい。



★

i)

AB:DB＝ABの x 座標の差:DBの x 座標の差

＝$\{2-(-2)\}:\{0-(-2)\}$

＝4:2

＝2:1

ii)

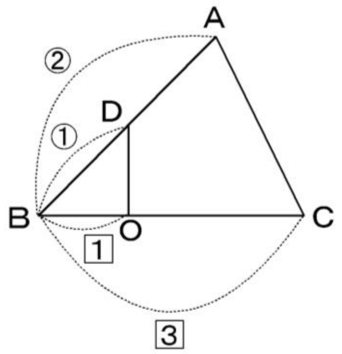
CB:OB＝CBの x 座標の差:OBの x 座標の差

＝$\{4-(-2)\}:\{0-(-2)\}$

＝6:2

＝3:1

iii)



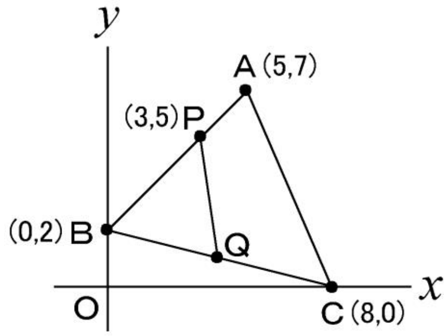
△ABC:△DBO

＝2×3:1×1

＝6:1

答　6:1

4 下の図で，△ABCと△PBQの面積比を求めなさい。



※ Qの x 座標は4

★

i)

AB:PB＝ABの x 座標の差:PBの x 座標の差

（※ y 座標の差でもよい。）

＝$(5-0):(3-0)$

＝5:3

ii)

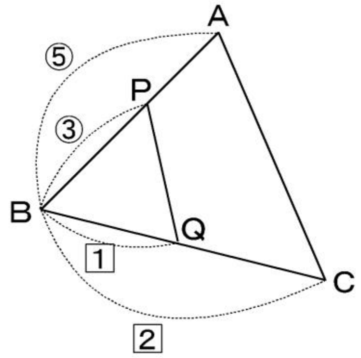
BC:BQ＝BCの x 座標の差:BQの x 座標の差

＝$(8-0):(4-0)$

＝8:4

＝2:1

iii)



よって，

△ABC:△PBQ

＝5×2:3×1

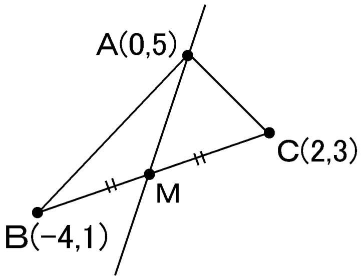
＝10:3

答　10:3

～ ポイント ～

<u>★代表的な2つのパターン★</u>

1. 三角形の頂点を通る場合



<u>対辺の中点を通る直線を考える。</u>

図の直線は，中点Mの座標が

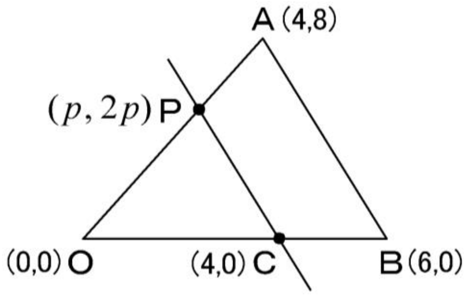
$\left(\dfrac{-4+2}{2}, \dfrac{1+3}{2}\right)=(-1, 2)$ となるので，

$y=ax+5$ に，(−1，2)を代入して，

$y=3x+5$ となる。

答 $y=3x+5$

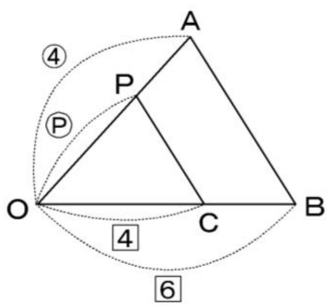
2. 辺上の点を通る場合



（例） 点Cを通り，△AOBの面積を二等分する直線とOAの交点の座標を求めなさい。ただし，直線OAは $y=2x$ となる。

$\boxed{\text{重要}}$ ※点Pの x 座標を p とする。

- △OAB：△OPC＝2:1となればよい。
  （斜め打法を使う。）
- x 座標の差を求める。
  （場合によっては y 座標でもよい）



<u>面積を求める式を使って求めてもよい。</u>

△OAB：△OPC＝$4\times6 : p\times4=2:1$

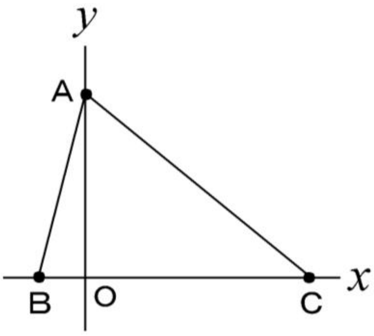
$8p=24$

$p=3$

答 （3，6）

攻略問題

1 下の図のように，3点A(0, 4)，B(−1, 0)，C(5, 0)があります。点Aを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。



★

直線はBCの中点を通る。

$i)$ BCの中点M

$$\mathrm{M}\left(\frac{-1+5}{2},\frac{0+0}{2}\right)=(2,0)$$

$ii)$ A(0, 4)，M(2, 0)を通る直線の式

$y=ax+4$ に，(2, 0)を代入

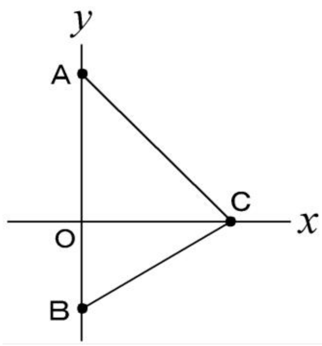
$0=2a+4$

$a=-2$

よって，$y=-2x+4$

答　$y=-2x+4$

2 下の図のように，3点A(0, 5)，B(0, −3)，C(5, 0)があります。点Aを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。



★

直線はBCの中点を通る。

$i)$ BCの中点M

$$\mathrm{M}\left(\frac{0+5}{2},\frac{-3+0}{2}\right)=\left(\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\right)$$

$ii)$ 直線AM

$y=ax+5$ に，$\left(\frac{5}{2},-\frac{3}{2}\right)$ を代入

$-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}a+5$

$-3=5a+10$

$5a=-13$

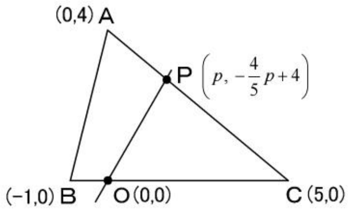
$a=-\frac{13}{5}$

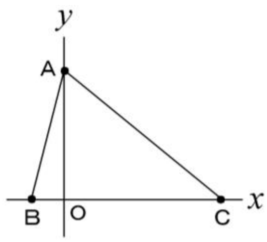
よって，$y=-\frac{13}{5}x+5$

答　$y=-\frac{13}{5}x+5$

～メモ～

3 下の図のように，3点A（0，4），B（−1，0），C（5，0）があります。原点Oを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。





★

i）直線ACの式

$y=ax+4$に，（5，0）を代入

$0=5a+4$

$a=-\frac{4}{5}$

$y=-\frac{4}{5}x+4$

また，点Pの x 座標を p とすると，

$\mathrm{P}\left(p,\ -\frac{4}{5}p+4\right)$

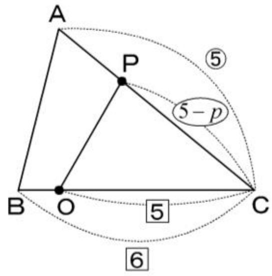
ii）x 座標の差

$\mathrm{AC}=5-0=5$

$\mathrm{PC}=5-p$

$\mathrm{BC}=5-(-1)=6$

$\mathrm{OC}=5-0=5$



iii）斜め打法

$\triangle\mathrm{ABC}:\triangle\mathrm{POC}$

$=5\times6:(5-p)\times5$

$=2:1$

$30:5(5-p)=2:1$ なので，

$10(5-p)=30$

$5-p=3$

$p=2$

$\mathrm{P}\left(2,\ \frac{12}{5}\right)$

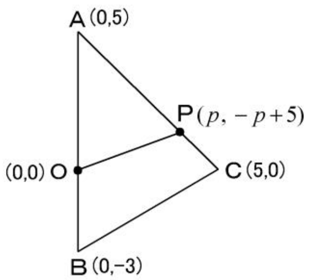
iv）直線OPは比例の式なので，

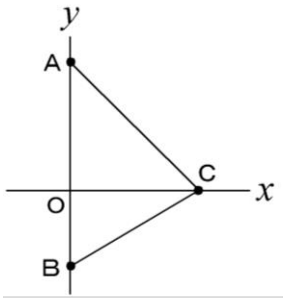
$y=ax$ に，$\left(2,\ \frac{12}{5}\right)$を代入

$y=\frac{6}{5}x$

答　$y=\frac{6}{5}x$

4 下の図のように，3点A(0, 5)，B(0, −3)，C(5, 0)があります。原点Oを通って，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めなさい。





★

i) ACの式

$y=ax+5$ に，(5, 0)を代入

$a=-1$

$y=-x+5$

よって，P$\left(p, -p+5\right)$ となる。

ii)

x 座標の差

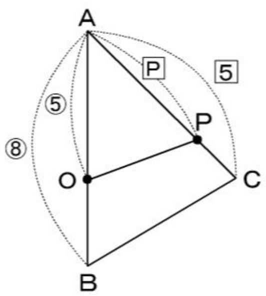
$AC=5-0=5$

$AP=p-0=p$

y 座標の差

$AB=5-\left(-3\right)=8$

$AO=5-0=5$



iii) 斜め打法

△ABC：△AOP

$=8\times5:5\times p$

$=2:1$

$40:5p=2:1$ なので，

$10p=40$

$p=4$

よって，P(4, 1)

iv) $y=ax$ に，(4, 1)を代入

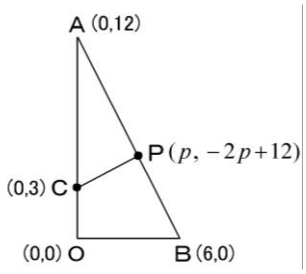
$y=\frac{1}{4}x$

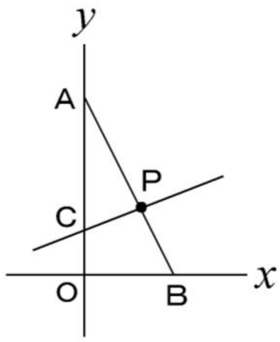
答　$y=\frac{1}{4}x$

埼玉県 過去問題

平成16年

下の図で，点A，B，Cの座標は，それぞれA(0, 12)，B(6, 0)，C(0, 3)です。点Cを通り，△AOBの面積を二等分する直線の式を求めなさい。





★

i) Pの x 座標を p とすると，

P$\left(p, -2p+12\right)$ となり，x 座標の差は，

$AP=p$，$AB=6$

y 座標の差は，$AC=9$，$AO=12$ となる。

ii)

△AOB：△ACP

$=6\times12:p\times9$

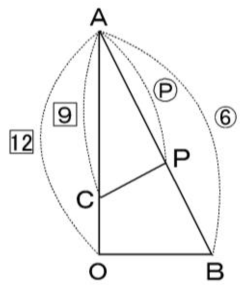
$=2:1$

$72:9p=2:1$ から，

$18p=72$

$p=4$

P(4, 4)



iii) C(0, 3)，P(4, 4)を通る式

$y=ax+3$ に，(4, 4)を代入

$4=4a+3$

$4a=1$

$a=\frac{1}{4}$

$y=\frac{1}{4}x+3$

別解

i) △AOBの面積 $=6\times12\times\frac{1}{2}=36$

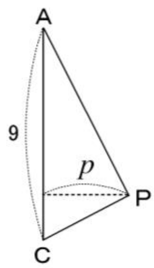
よって，△ACPの面積は，18 となる。

ii) Pの x 座標を p とすると，

$9\times p\times\frac{1}{2}=18$

$p=4$

ABは $y=-2x+12$ なので，P(4, 4)



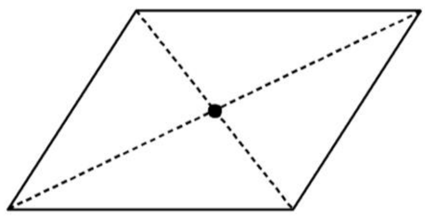
iii) C(0, 3)，P(4, 4)を通る式を求めると，$y=\frac{1}{4}x+3$ となる。

答　$y=\frac{1}{4}x+3$

四角形の面積の二等分

～ **ポイント** ～

1. 平行四辺形



平行四辺形は，対角線の交点（中点）を通る直線で二等分される。

2. 台形

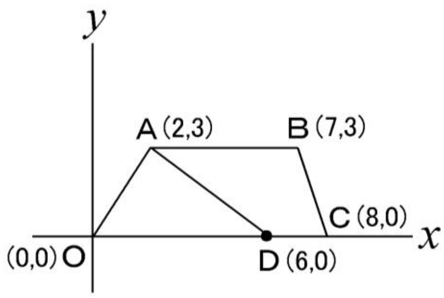
① 高さの等しい台形と，三角形の面積比

↓

上底＋下底 ： 底辺 が面積比

高さの等しい台形同士は，（上底＋下底）の比

（例）

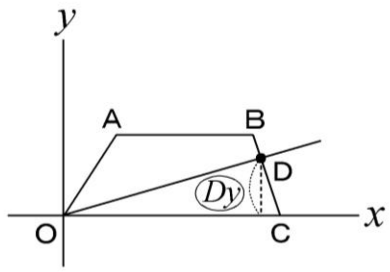


台形OABCと△OADの面積比は，

（上底＋下底）：底辺 $=(5+8):6$

$=13:6$ となる

② 高さの等しくない台形と三角形の面積比



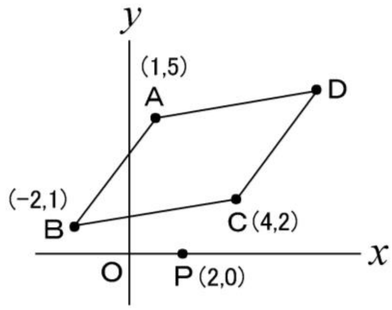
● 台形の面積から，三角形の面積を求める。

↓

● Dの y 座標を文字で置きかえて直線BCの式を求めて，Dの座標を求める。

攻略問題

1 下の図のような平行四辺形ABCDがあります。次の問いに答えなさい。



(1) 点Dの座標を求めなさい。

★
B→Aの座標の差と，C→Dの座標の差は同じ。

i) BからAは x 座標は 3，y 座標は 4 増えている。

ii) $D(4+3, 2+4)=(7, 6)$

答　D(7, 6)

(2) 平行四辺形ABCDの対角線の交点の座標を求めなさい。

★
ACの中点かBDの中点を求める。

$M\left(\frac{1+4}{2}, \frac{5+2}{2}\right)=\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$

答　$\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$

(3) 点P(2, 0)を通り，平行四辺形ABCDの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

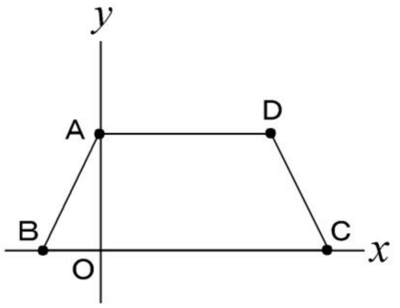
★
P(2, 0)と$M\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$を通る直線の式を求める。

$$\begin{array}{rl} & \frac{7}{2}=\frac{5}{2}a+b \\ -) & 0=2a+b \\ \hline & \frac{7}{2}=\frac{1}{2}a \end{array}$$

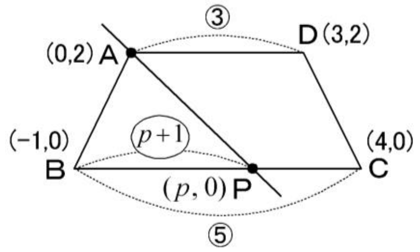
$a=7$，$b=-14$
よって，$y=7x-14$

答　$y=7x-14$

2 下の図のように，4点A(0, 2)，B(−1, 0)，C(4, 0)，D(3, 2)をとり，四角形ABCDをつくります。点Aを通る直線 ℓ が，四角形ABCDの面積を二等分するとき，直線 ℓ の式を求めなさい。



★
i) 直線 ℓ とBCの交点をPとし，Pの x 座標を p とすると，$P(p, 0)$となる。



ii) 台形ABCDの面積：△ABPの面積＝2:1
となればよい。
台形ABCD：△ABP＝（上底＋下底）：底辺

$$\begin{aligned} &=(3+5):(p+1) \\ &=8:(p+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8:(p+1)&=2:1 \\ 2(p+1)&=8 \\ p+1&=4 \\ p&=3 \end{aligned}$$

よって，P(3, 0)

iii) A(0, 2)，P(3, 0)を通る直線の式
$y=ax+2$ にP(3, 0)を代入

$$\begin{aligned} 0&=3a+2 \\ 3a&=-2 \\ a&=-\frac{2}{3} \end{aligned}$$

よって，$y=-\frac{2}{3}x+2$

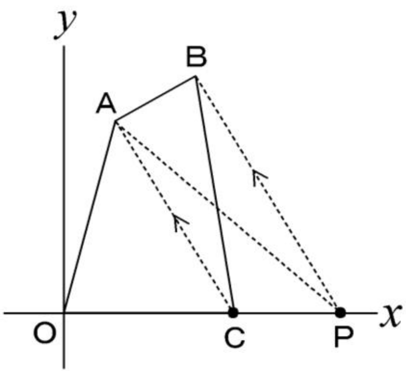
答　$y=-\frac{2}{3}x+2$

等積変形

~ **ポイント** ~

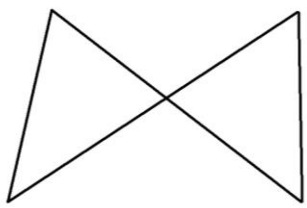
★代表的な2つのパターン★

1.



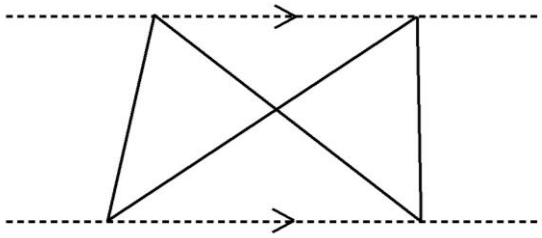
四角形OABC＝△OAP

重要

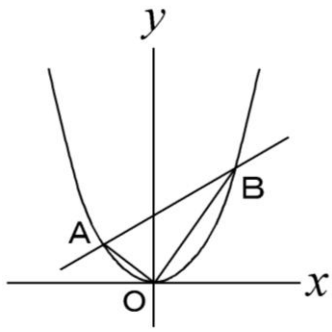


の形があったら，平行線

↓

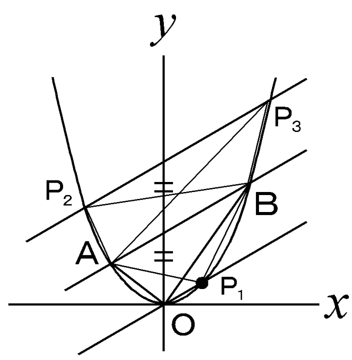


2.



△OABと面積の等しい△PAB
（点Pは放物線上）

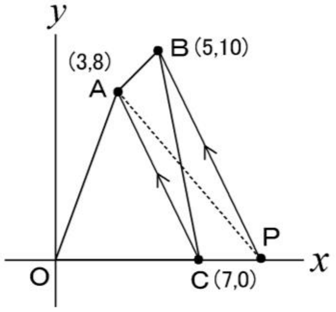
↓



放物線上という条件では，Pは 3 つある。
P_1 だけ求める問題がほとんど。

攻略問題

1 4点O(0, 0), A(3, 8), B(5, 10), C(7, 0)を結んでできる四角形について，次の問いに答えなさい。



(1) x 軸上に点Pをとり，四角形AOCBと△AOPの面積を等しくします。このとき，点Pの座標を求めなさい。

★

i) AとCを結ぶ。

傾きは，$\dfrac{0-8}{7-3}=-2$

ii) 直線PBはACに平行なので，傾きは−2

(5, 10)を通るので，

$y=-2x+b$ に，$x=5$，$y=10$ を代入

$10=-2\times5+b$

$b=20$

よって，$y=-2x+20$

iii) $y=-2x+20$ に，$y=0$ を代入

$0=-2x+20$

$2x=20$

$x=10$

P(10, 0)

答　P(10, 0)

(2) 点Aを通り，四角形AOCBの面積を二等分する直線の式を求めなさい。

★

四角形AOCBの面積を二等分する。

⇒　△OAPの面積を二等分する。

i) OPの中点の座標

$M\left(\dfrac{10+0}{2},\ \dfrac{0+0}{2}\right)=(5, 0)$

ii) A(3, 8), M(5, 0)を通る直線の式

$$\begin{array}{rl} & 8=3a+b \\ -) & 0=5a+b \\ \hline & 8=-2a \end{array}$$

$a=-4$

$b=20$

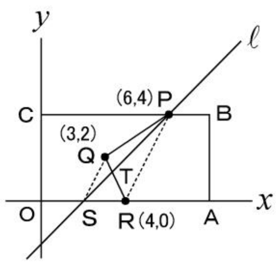
よって，$y=-4x+20$

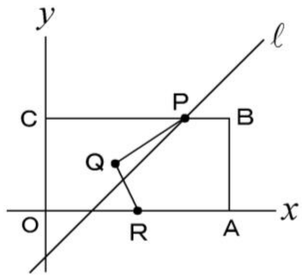
答　$y=-4x+20$

過去問題

平成15年

下の図のように，長方形OABCの辺BC, OA上に，それぞれ点P(6, 4), R(4, 0), 長方形OABCの内部に点Q(3, 2)があり，長方形OABCが，折れ線PQRで2つの部分に分かれています。 左右それぞれの部分の面積を変えないように，折れ線PQRのかわりに，点Pを通る直線ℓで長方形OABCを分けるとき，直線ℓの式を求めなさい。





i) ℓとx軸の交点をSとする。

ℓとQRの交点をTとする。

△PQT＝△TSRとなるとき，

△PQT＋△PTR＝△TSR＋△PTR

△PQR＝△PSR

となるので，

PR//QSとなればよい。

ii) PRの傾き

$\dfrac{4-0}{6-4}=2$

iii) 直線QS

傾きは 2 で，(3, 2)を通るので，

$y=2x+b$ に，$x=3$，$y=2$ を代入

$2=2\times3+b$

$b=-4$

よって，$y=2x-4$

iv) 点Sの座標

$y=2x-4$ に，$y=0$ を代入

$2x=4$

$x=2$

よって，S(2, 0)

v) 直線ℓの式

P(6, 4)とS(2, 0)を通るので，

$$\begin{array}{rl} & 4=6a+b \\ -) & 0=2a+b \\ \hline & 4=4a \end{array}$$

$a=1$

$b=-2$

よって，$y=x-2$

答　$y=x-2$