

解を代入して係数を求める

例題 次の各問いに答えよ。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 3ax-4y=-4 \\ -ax+3by=6 \end{cases}$ の解が $x=4$, $y=-2$ であるとき, a , b の値を求めよ。

答

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 2ax+by=3 \\ bx-ay=-19 \end{cases}$ の解が $x=-3$, $y=5$ であるとき, a , b の値を求めよ。

答

練習 次の各問いに答えよ。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 2x-by=-1 \\ ax+3by=35 \end{cases}$ の解が $x=4$, $y=3$ であるとき, a , b の値を求めよ。

答

(2) 連立方程式 $\begin{cases} ax-3by=9 \\ bx+2ay=-1 \end{cases}$ の解が $x=3$, $y=-2$ であるとき, a , b の値を求めよ。

答

練習 次の各問いに答えよ。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} ax-by=11 \\ 5bx-ay=-5 \end{cases}$ の解が $x=-2, y=7$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

答

(2) 連立方程式 $\begin{cases} ax-by=16 \\ 2bx+3ay=12 \end{cases}$ の解が $x=3, y=-1$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

答

(3) 連立方程式 $\begin{cases} -5x+2by=-9 \\ 4ax-3by=-5 \end{cases}$ の解が $x=3, y=6$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

答

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 5x+2by=14 \\ -3ax+by=9 \end{cases}$ の解が $x=-2, y=-4$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

答

解を代入して係数を求める

例題 次の各問いに答えよ。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 3ax-4y=-4 \\ -ax+3by=6 \end{cases}$ の解が $x=4, y=-2$ であるとき, a, b の値を求めよ。

★ この連立方程式に $x=4, y=-2$ をそれぞれ代入すると,

$$\begin{cases} 3a \times 4 - 4 \times (-2) = -4 \\ -a \times 4 + 3b \times (-2) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a + 8 = -4 \cdots \textcircled{1} \\ -4a - 6b = 6 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を解くと, $12a = -4 - 8$
 $12a = -12$
 $a = -1 \cdots \textcircled{3}$

③を②に代入して,
 $-4 \times (-1) - 6b = 6$
 $4 - 6b = 6$
 $-6b = 6 - 4$
 $-6b = 2$
 $b = -\frac{1}{3}$

したがって, $a = -1, b = -\frac{1}{3}$

答 $a = -1, b = -\frac{1}{3}$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} 2ax+by=3 \\ bx-ay=-19 \end{cases}$ の解が $x=-3, y=5$ であるとき, a, b の値を求めよ。

★ この連立方程式に $x=-3, y=5$ をそれぞれ代入すると,

$$\begin{cases} 2a \times (-3) + b \times 5 = 3 \\ b \times (-3) - a \times 5 = -19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 5b = 3 \cdots \textcircled{1} \\ -5a - 3b = -19 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 3$ + ② $\times 5$ より, $-18a + 15b = 9$
 $+ \quad -5a - 3b = -19$
 $\hline -23a + 12b = -10$

③を①に代入して,
 $-6 \times 2 + 5b = 3$
 $-12 + 5b = 3$
 $5b = 3 + 12$
 $5b = 15$
 $b = 3$

① $\times 3$ + ② $\times 5$ より,
 $-18a + 15b = 9$
 $+ \quad -5a - 3b = -19$
 $\hline -23a + 12b = -10$
 $-43a = -86$
 $a = 2 \cdots \textcircled{3}$

したがって, $a = 2, b = 3$

答 $a = 2, b = 3$

練習 次の各問いに答えよ。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} 2x-by=-1 \\ ax+3by=35 \end{cases}$ の解が $x=4, y=3$ であるとき, a, b の値を求めよ。

★ この連立方程式に $x=4, y=3$ をそれぞれ代入すると,

$$\begin{cases} 2 \times 4 - b \times 3 = -1 \\ a \times 4 + 3b \times 3 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 - 3b = -1 \cdots \textcircled{1} \\ 4a + 9b = 35 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を解くと, $-3b = -1 - 8$
 $-3b = -9$
 $b = 3 \cdots \textcircled{3}$

③を②に代入して,
 $4a + 9 \times 3 = 35$
 $4a + 27 = 35$
 $4a = 35 - 27$
 $4a = 8$
 $a = 2$

したがって, $a = 2, b = 3$

答 $a = 2, b = 3$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} ax-3by=9 \\ bx+2ay=-1 \end{cases}$ の解が $x=3, y=-2$ であるとき, a, b の値を求めよ。

★ この連立方程式に $x=3, y=-2$ をそれぞれ代入すると,

$$\begin{cases} a \times 3 - 3b \times (-2) = 9 \\ b \times 3 + 2a \times (-2) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 6b = 9 \cdots \textcircled{1} \\ -4a + 3b = -1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $-\textcircled{2} \times 2$ より, $3a + 6b = 9$
 $- \quad -8a + 6b = -2$
 $\hline 11a = 11$
 $a = 1 \cdots \textcircled{3}$

③を①に代入して,
 $3 \times 1 + 6b = 9$
 $3 + 6b = 9$
 $6b = 9 - 3$
 $6b = 6$
 $b = 1$

したがって, $a = 1, b = 1$

答 $a = 1, b = 1$

練習 次の各問いに答えよ。

(1) 連立方程式 $\begin{cases} ax-by=11 \\ 5bx-ay=-5 \end{cases}$ の解が $x=-2, y=7$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

★

この連立方程式に $x=-2, y=7$ をそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases} ax(-2)-b \times 7=11 \\ 5bx(-2)-a \times 7=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a-7b=11 \dots \textcircled{1} \\ -7a-10b=-5 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \times 7 - \textcircled{2} \times 2 \text{ より、} & \textcircled{2} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して、} \\ -14a-49b=77 & -2a-7 \times (-3)=11 \\ -14a-20b=-10 & -2a+21=11 \\ \hline -29b=87 & -2a=11-21 \\ \hline b=-3 \dots \textcircled{3} & -2a=-10 \\ & a=5 \end{array}$$

したがって、 $a=5, b=-3$

答 $a=5, b=-3$

(2) 連立方程式 $\begin{cases} ax-by=16 \\ 2bx+3ay=12 \end{cases}$ の解が $x=3, y=-1$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

★

この連立方程式に $x=3, y=-1$ をそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases} ax3-b \times (-1)=16 \\ 2bx3+3ax(-1)=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a+b=16 \dots \textcircled{1} \\ -3a+6b=12 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ より、} & \textcircled{2} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して、} \\ 3a+b=16 & 3a+4=16 \\ +) -3a+6b=12 & 3a=16-4 \\ \hline 7b=28 & 3a=12 \\ \hline b=4 \dots \textcircled{3} & a=4 \end{array}$$

したがって、 $a=4, b=4$

答 $a=4, b=4$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} -5x+2by=-9 \\ 4ax-3by=-5 \end{cases}$ の解が $x=3, y=6$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

★

この連立方程式に $x=3, y=6$ をそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases} -5 \times 3 + 2b \times 6 = -9 \\ 4a \times 3 - 3b \times 6 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15 + 12b = -9 \dots \textcircled{1} \\ 12a - 18b = -5 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \text{ を解くと、} & \textcircled{2} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して、} \\ 12b = -9 + 15 & 12a - 18 \times \frac{1}{2} = -5 \\ 12b = 6 & 12a - 9 = -5 \\ b = \frac{1}{2} \dots \textcircled{3} & 12a = -5 + 9 \\ & 12a = 4 \\ & a = \frac{1}{3} \end{array}$$

したがって、 $a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{2}$

答 $a=\frac{1}{3}, b=\frac{1}{2}$

(4) 連立方程式 $\begin{cases} 5x+2by=14 \\ -3ax+by=9 \end{cases}$ の解が $x=-2, y=-4$ であるとき、 a, b の値を求めよ。

★

この連立方程式に $x=-2, y=-4$ をそれぞれ代入すると、

$$\begin{cases} 5 \times (-2) + 2b \times (-4) = 14 \\ -3a \times (-2) + b \times (-4) = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10 - 8b = 14 \dots \textcircled{1} \\ 6a - 4b = 9 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \textcircled{1} \text{ を解くと、} & \textcircled{2} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して、} \\ -8b = 14 + 10 & 6a - 4 \times (-3) = 9 \\ -8b = 24 & 6a + 12 = 9 \\ b = -3 \dots \textcircled{3} & 6a = 9 - 12 \\ & 6a = -3 \\ & a = -\frac{1}{2} \end{array}$$

したがって、 $a=-\frac{1}{2}, b=-3$

答 $a=-\frac{1}{2}, b=-3$