

前期中間テスト

数 学

(50 分間)

学年	組	番号	氏 名
3			

注 意

1 問題用紙について

- (1) 先生から、「始め」の合図があるまでは、中を開かないで下さい。
- (2) 表紙の所定の欄に組、番号、氏名を書きなさい。

2 解答用紙について

- (1) 所定の欄に組、番号、氏名を書きなさい。
- (2) 答えはすべて解答用紙に記入しなさい。
- (3) 先生から、「終わり」の合図があったら、書くのをやめて下さい。

3 その他

- (1) 解答用紙のみを提出して下さい。
- (2) 乱丁、落丁などについては、手を挙げて申し出ること。
- (3) コンパスや定規等の道具の貸し借りは禁止します。
- (4) 最後までねばり強く取り組みなさい。

① 次の式を展開しなさい。

(1) $(6x^2 - 9x) + 3x$

(3) $(3x + 4)(2x - 5)$

(5) $(2x + 5)(2x + 9)$

(7) $(4x - 3y)^2$

(9) $(3x + 2y)(3x - 2y)$

② 次の式を因数分解しなさい。

(1) $8x^2y - 4y^2$

(3) $49x^2 - 36y^2$

(5) $25x^2 - 30x + 9$

(7) $x^2 - 6x - 27$

(9) $-3x^2 - 3x + 18$

(11) $(x + 3)^2 - 2(x + 3)$

[技能・知理 各3点]

(2) $(15x^2y - 9xy^2) + \frac{3}{2}xy$

(4) $(x + 3)(x - 7)$

(6) $(x + 4)^2$

(8) $(x + 8)(x - 8)$

(10) $(x + 3)^2 - (x + 2)(x + 4)$

[技能・知理 各3点]

(2) $x^2 - 16$

(4) $x^2 - 12x + 36$

(6) $x^2 - 9x + 20$

(8) $2ax^2 - 4ax - 16a$

(10) $(x + 2)^2 - 3(x + 2) - 4$

(12) $(5x - 2)^2 - (3x + 1)^2$

3 太郎さんは、連続する2つの自然数の2乗の差がどんな数になるかを調べています。

1, 2のとき, $2^2 - 1^2 = 3$
 5, 6のとき, $6^2 - 5^2 = 11$
 11, 12のとき, $12^2 - 11^2 = 23$



$3 = 1 + 2$
 $11 = 5 + 6$
 $23 = 12 + 11$
 3つとも連続する2つの自然数の和になっているね。

上で調べたことから、太郎さんは、

「連続する2つの自然数の2乗の差は、それら2つの自然数の和になる」

と予想し、次のように証明しました。

証明

n を自然数とすると、連続する2つの自然数は、 n 、 $n+1$ と表わされる。これら2つの数の2乗の差は、

$$\begin{aligned} (n+1)^2 - n^2 &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \\ &= n + (n+1) \end{aligned}$$

よって、連続する2つの自然数の2乗の差は、それら2つの自然数の和になる。

次の(1)(2)の各問いに答えなさい。 [(1)見方 5点 (2)関意態・見考・技能・知理 5点]

(1) 太郎さんの証明の途中に表れる式「 $2n+1$ 」に着目すると、太郎さんの予想のほかにどんなことがわかりますか。次のア～エの中からあてはまるものを選び、記号で答えなさい。

- ア 連続する2つの自然数の2乗の差は、偶数になる。
- イ 連続する2つの自然数の2乗の差は、奇数になる。
- ウ 連続する2つの自然数の2乗の差は、もとの2つの自然数のうち大きい方の2倍になる。
- エ 連続する2つの自然数の2乗の差は、もとの2つの自然数のうち小さい方の2倍になる。

(2) 太郎さんは、連続する2つの自然数を、「連続する2つの偶数」に変えたとき、その差がどんな数になるかを考えてみたいと思い、いくつかの場合を調べました。

2, 4のとき, $4^2 - 2^2 = 12$
 6, 8のとき, $8^2 - 6^2 = 28$
 14, 16のとき, $16^2 - 14^2 = 60$

連続する2つの偶数の2乗の差は、どんな数になると予想できますか。「連続する2つの偶数の2乗の差は、・・・になる。」という形で答えなさい。また、その予想が正しいことを証明しなさい。

4 次の各問いに答えなさい。

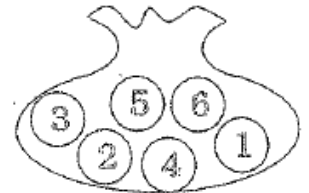
(1) $x = 19$ のときの、 $x^2 - 7x - 18$ の値を求めなさい。 [見考・技能 3点]

(2) 126 を素因数分解しなさい。 [技能・知理 3点]

(3) 太郎さんの町には、有名なお祭りが3つあります。A祭りは12年に1度、B祭りは14年に1度、C祭りは20年に1度行われます。2014年に3つのお祭りが行われました。次に、3つのお祭りが同じ年に行われるのは、何年になるか求めなさい。 [見考 4点]

5 袋の中に、1～6の数字が、それぞれ書かれた玉が1つずつはいつています。中を見ないで、よくかきまぜてこの袋から玉を1個取り出すとき、次の確率を求めなさい。 [知理 各3点]

- (1) 3の倍数が書かれた玉が出る確率
- (2) 数字が書かれた玉が出る確率
- (3) 7が書かれた玉が出る確率



6 4本のうち、あたりが2本入っているくじがあります。Aさんが先にひき、そのくじはもとに戻さずにその後、Bさんがひきます。

このくじびきについて、Bさんは、「Aさんは先にひいてずるい。先にひくほうがあたりくじがいっぱいあって有利だ。もし、Aさんがあててしまうと、私がひくときには、あたりが1本しか残っていない。」と言いました。このくじびきは、Bさんの言う通り、Aさんが有利ですか。それとも、Bさんが有利ですか。それとも、Aさん、Bさん両方とも平等ですか。確率をもとに判断し、判断した過程も答えなさい。

[関意態・見考・表処 5点]

1 次の式を展開しなさい。

$$(1) (6x^2 - 9x) \div 3x \\ = (6x^2 - 9x) \times \frac{1}{3x} \\ = 2x - 3$$

$$(3) (3x + 4)(2x - 5) \\ = 6x^2 - 15x + 8x - 20 \\ = 6x^2 - 7x - 20$$

$$(5) (2x + 5)(2x + 9) \\ = 4x^2 + 28x + 45 \\ \begin{array}{c} \nearrow \quad \quad \quad \nwarrow \\ (+5 + 9) \times 2x \quad (+5) \times (+9) \end{array}$$

$$(7) (4x - 3y)^2 \\ = 16x^2 - 24xy + 9y^2 \\ \begin{array}{c} \nearrow \quad \quad \quad \nwarrow \\ 2 \times 4x \times (-3y) \end{array}$$

$$(9) (3x + 2y)(3x - 2y) \\ = 9x^2 - 4y^2 \\ \begin{array}{c} \nearrow \quad \quad \quad \nwarrow \\ (3x)^2 \quad \quad (2y)^2 \end{array}$$

2 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) 8x^2y - 4y^2 \\ = 4 \times 2 \times x^2 \times y - 4 \times y \times y \\ = 4y(2x^2 - y)$$

$$(3) \frac{49x^2 - 36y^2}{7x \quad 6y} \\ = (7x + 6y)(7x - 6y)$$

$$(5) \frac{25x^2 - 30x + 9}{5x \quad -3} \\ = (5x - 3)^2$$

$$(2) (15x^2y - 9xy^2) \div \frac{3}{2}xy \\ = (15x^2y - 9xy^2) \times \frac{2}{3xy} \\ = 10x - 6y$$

$$(4) (x + 3)(x - 7) \\ = x^2 - 4x - 21 \\ \begin{array}{c} \nearrow \quad \quad \quad \nwarrow \\ (+3 - 7) \times x \quad (+3) \times (-7) \end{array}$$

$$(6) (x + 4)^2 \\ = x^2 + 8x + 16 \\ \begin{array}{c} \nearrow \quad \quad \quad \nwarrow \\ 2 \times x \times (+4) \end{array}$$

$$(8) (x + 8)(x - 8) \\ = x^2 - 64 \\ \begin{array}{c} \nearrow \quad \quad \quad \nwarrow \\ x^2 \quad \quad \quad 8^2 \end{array}$$

$$(10) (x + 3)^2 - (x + 2)(x + 4) \\ = x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 6x + 8) \\ = x^2 + 6x + 9 + (-x^2 - 6x - 8) \\ = 1$$

$$(2) \frac{x^2 - 16}{x \quad 4} \\ = (x + 4)(x - 4)$$

$$(4) \frac{x^2 - 12x + 36}{x \quad -6} \\ = (x - 6)^2$$

$$(6) \frac{x^2 - 9x + 20}{(-5) \times (-4)} \\ = (x - 5)(x - 4)$$

$$(7) \frac{(-9) \times (+3)}{(-9) \times (+3)} \\ = (x - 9)(x + 3)$$

$$(9) -3x^2 - 3x + 18 \\ = -3 \times x^2 - 3 \times (+x) - 3 \times (-6) \\ = -3(x^2 + x - 6) \\ (-2) + (+3) \quad (-2) \times (+3) \\ = -3(x - 2)(x + 3)$$

$$(11) (x + 3)^2 - 2(x + 3) \\ = A^2 - 2A \\ = A \times A - 2 \times A \\ = A(A - 2) \\ = (x + 3)(x + 3 - 2) \\ = (x + 3)(x + 1)$$

$$(8) 2ax^2 - 4ax - 16a \\ = 2a \times x^2 - 2a \times 2x - 2a \times 8 \\ = 2a(x^2 - 2x - 8) \\ (-4) + (+2) \quad (-4) \times (+2) \\ = 2a(x - 4)(x + 2)$$

$$(10) (x + 2)^2 - 3(x + 2) - 4 \\ = A^2 - 3A - 4 \\ (-4) + (+1) \quad (-4) \times (+1) \\ = (A - 4)(A + 1) \\ = (x + 2 - 4)(x + 2 + 1) \\ = (x - 2)(x + 3)$$

$$(12) (5x - 2)^2 - (3x + 1)^2 \\ = A^2 - B^2 \\ = (A + B)(A - B) \\ = ((5x - 2) + (3x + 1))((5x - 2) - (3x + 1)) \\ = ((5x - 2) + (3x + 1))((5x - 2) + (-3x - 1)) \\ = (8x - 1)(2x - 3)$$

2 (1) n を自然数とすると、 $2n$ は、偶数を表す。 $2n$ に $+1$ することで、偶数から1つずれるので、 $2n+1$ は、奇数を表す。

(2) 模範解答以外の正答例

予想：連続する2つの偶数の2乗の差は、4の倍数になる。

n を自然数とすると、連続する2つの偶数は、 $2n$ 、 $2n+2$ と表わされる。これら2つの数の2乗の差は、

$$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 \\ = 8n + 4 \\ = 4(2n + 1)$$

よって、 $2 \times$ 整数となり、連続する2つの偶数の2乗の差は、4の倍数になる。

予想：連続する2つの偶数の2乗の差は、偶数になる。

n を自然数とすると、連続する2つの偶数は、 $2n$ 、 $2n+2$ と表わされる。これら2つの数の2乗の差は、

$$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 \\ = 8n + 4 \\ = 2(4n + 2)$$

よって、 $2 \times$ 整数となり、連続する2つの偶数の2乗の差は、偶数になる。

4 次の各問いに答えなさい。

(1) $x^2 - 7x - 18$
 $(-9) + (+2) \quad (-9) \times (+2)$
 $= (x-9)(x+2)$
 $= (19-9)(19+2)$
 $= 10 \times 21$
 $= 210$

*因数分解してから代入するのがポイント!!

(2)
$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ \hline 7 \end{array}$$

 $126 = 2 \times 3^2 \times 7$

(3)
$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12} \\ 2 \overline{)6} \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)14} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ \hline 5 \end{array}$$

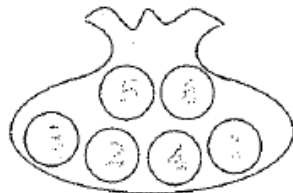
 $12 = 2^2 \times 3$ $14 = 2 \times 7$ $20 = 2^2 \times 5$
 \swarrow \swarrow \swarrow
 $\times 7 \times 5$ $\times 2 \times 3 \times 5$ $\times 3 \times 7$
 $2^2 \times 3 \times 7 \times 5 = 420$
 よって、次に3つのお祭りが同じ年に行われるのは、420年後の2434年

5 玉の出方は、1, 2, 3, 4, 5, 6の6通り。

(1) 3の倍数は、3, 6の2通りなので、 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(2) 数字が書かれた玉が出るのは、
 1, 2, 3, 4, 5, 6の6通り
 なので、 $\frac{6}{6} = 1$

(3) 7が書かれた玉が出るのは、0通りなので、 $\frac{0}{6} = 0$



6 あたりくじを引いたら○、はずれくじを引いたら×で表として、AさんとBさんのくじの引き方を樹形図で表すと、右のようになる。この樹形図から、

Aさんがあたりくじを引く確率は、4通りのうち2通りなので、 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
 Bさんがあたりくじを引く確率は、12通りのうち6通りなので、 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

よって、あたりくじを引く確率がAさんもBさんも等しいことから、AさんもBさんも平等であるといえる。



1	(1)	$2x - 3$	(2)	$10x - 6y$	(3)	$6x^2 - 7x - 20$
	(4)	$x^2 - 4x - 21$	(5)	$4x^2 + 28x + 45$	(6)	$x^2 + 8x + 16$
	(7)	$16x^2 - 24xy + 9y^2$	(8)	$x^2 - 64$	(9)	$9x^2 - 4y^2$
	(10)	1				
2	(1)	$4y(2x^2 - y)$	(2)	$(x+4)(x-4)$	(3)	$(7x+6y)(7x-6y)$
	(4)	$(x-6)^2$	(5)	$(5x-3)^2$	(6)	$(x-4)(x-5)$
	(7)	$(x-9)(x+3)$	(8)	$2a(x-4)(x+2)$	(9)	$-3(x+3)(x-2)$
	(10)	$(x-2)(x+3)$	(11)	$(x+3)(x+1)$	(12)	$(8x-1)(2x-3)$
3	(1)	イ	予想：連続する2つの偶数の2乗の差は、2つの偶数の間の奇数の4倍になる。 n を自然数とすると、連続する2つの偶数は、 $2n$ 、 $2n+2$ と表わされる。これら2つの数の2乗の差は、 $(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 = 8n + 4 = 4(2n+1)$ $2n+1$ は、 $2n$ と $2n+2$ の間の奇数を表している。 よって、連続する2つの偶数の2乗の差は、2つの偶数の間の奇数の4倍になる。			
	(2)	採点基準 ・自分で予想した事柄が正しいことを文字を用いて証明しようとしている…1点 ・偶数を文字で表し、 $(2n+2)^2 - (2n)^2$ まで式に表すことができた…3点 ・予想した事柄に合わせて、式変形をし、証明を完成できた…5点 ・「 n を自然数(整数)とする」がない…1点				
4	(1)	210	(2)	$2 \times 3^2 \times 7$	(3)	2434年
5	(1)	$\frac{1}{3}$	(2)	1	(3)	0
6	あたりくじを引いたら○、はずれくじを引いたら×で表すと、AさんとBさんのくじの引き方を樹形図で表すと、右のようになる。この樹形図から、 Aさんがあたりくじを引く確率は、 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ Bさんがあたりくじを引く確率は、 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ よって、あたりくじを引く確率がAさんもBさんも等しいことから、AさんもBさんも平等であるといえる。					
	採点基準 ・確率を用いて説明しようとしている…1点 ・確率を正しく求め、それをもとに正しく判断できた…5点					

組 番 氏名 _____