

共有点を通る図形【公式あてはめドリル】

公式チェック *見ないで言えるように暗記

$$\left(\text{図形の式①} \right) + k \left(\text{図形の式②} \right) = 0$$

*式は、「=0」の形にすること。 *どちらの式にk倍しても良い。

例題

2円 $x^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 2 = 0$ について,

- (1) 2円の共有点を通る直線の式を求めよ.
- (2) 2円の共有点と原点を通る円の中心の座標と半径を求めよ.

類題

2円 $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$, $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) 2円の共有点を通る直線の式を求めよ.
- (2) 2円の共有点と点 (1, 3) を通る円の中心の座標と半径を求めよ.

解答 共有点を通る図形【公式あてはめドリル】

公式チェック *見ないで言えるように暗記

$$\left(\text{図形の式①} \right) + k \left(\text{図形の式②} \right) = 0$$

*式は、「=0」の形にすること。 *どちらの式にk倍しても良い。

例題

2円 $x^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 2 = 0$ について,

- (1) 2円の共有点を通る直線の式を求めよ.
- (2) 2円の共有点と原点を通る円の中心の座標と半径を求めよ.

(1) 2円の共有点を通る図形は

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + 2 + k(x^2 + y^2 - 10) = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

これが直線を表すのは $k = -1$ のとき x も y も2乗が消える場合が直線の式となる

$$\text{よって } x^2 + y^2 - 2x + 6y + 2 - (x^2 + y^2 - 10) = 0 \quad \text{より} \quad -2x + 6y + 12 = 0$$

したがって、求める方程式は $x - 3y - 6 = 0$

(2) ①が原点を通るとき, $x=0, y=0$ を代入して

$$2 - 10k = 0 \quad k = \frac{1}{5}$$

$$\text{このとき④より } x^2 + y^2 - 2x + 6y + 2 + \frac{1}{5}(x^2 + y^2 - 10) = 0$$

$$6x^2 + 6y^2 - 10x + 30y = 0 \quad x^2 + y^2 - \frac{5}{3}x + 5y = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{125}{18} \quad \text{よって 中心} \left(\frac{5}{6}, -\frac{5}{2}\right) \quad \text{半径} \frac{5\sqrt{10}}{6}$$

類題

2円 $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$, $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ について, 次の問いに答えよ.

- (1) 2円の共有点を通る直線の式を求めよ.
- (2) 2円の共有点と点(1, 3)を通る円の中心の座標と半径を求めよ.

$x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$, $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$ について

円①, ②の共有点を通る図形の方程式は

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 + k(x^2 + y^2 - 6x + 5) = 0 \quad \dots\dots \textcircled{3} \quad \text{と表される.}$$

(1) ③が直線を表すのは $k = -1$ のとき x も y も2乗が消える場合が直線の式となる

$$\text{このとき } x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 - (x^2 + y^2 - 6x + 5) = 0 \quad \text{よって} \quad 2x - y - 2 = 0$$

(2) ③に $x=1, y=3$ を代入して $3 + 9k = 0$ よって $k = -\frac{1}{3}$

$$\text{このとき③より } x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 - \frac{1}{3}(x^2 + y^2 - 6x + 5) = 0$$

$$x^2 + y^2 - 3y - 1 = 0 \quad x^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \quad \text{よって 中心} \left(0, \frac{3}{2}\right) \quad \text{半径} \frac{\sqrt{13}}{2}$$