

命題の必要条件か十分条件か求める問題

ちょっとした解説

- 命題「☆ならば★」が 真のとき、(…そもそも偽のときには間違っているので考えない。)
左側☆の部分…必要条件と呼ばれる。
右側★の部分…十分条件と呼ばれる。

解き方手順

まずは、真の文章を見つける。

次に、聞かれているものが、左側か右側なのかチェックすれば良い。(左なら必要条件、右なら十分条件)

例題

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか。最も適するものを(ア)~(エ)から選べ。
ただし、 x, y は実数とする。

(1) $p : x = 3$ $q : x^2 - 4x + 3 = 0$

(2) $p : \triangle ABC$ が直角三角形 $q : \angle A = 90^\circ$

(3) $p : xy = 0$ $q : x, y$ のうち少なくとも1つは0

(4) $p : x > 0$ $q : |x| > 1$

(ア) 必要十分条件である

(イ) 必要条件であるが十分条件ではない

(ウ) 十分条件であるが必要条件ではない

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

類題

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか。最も適するものを(ア)~(エ)から選べ。
ただし、 x, y は実数とする。

(1) $p : x \neq 0$ $q : x^2 - 3x + 2 = 0$

(2) $p :$ 四角形 $ABCD$ が正方形 $q :$ 四角形 $ABCD$ が長方形

(3) $p : x = 1$ $q : xy = 1$

(4) $p : x$ が4の倍数 かつ 6の倍数 $q : x$ が24の倍数

(ア) 必要十分条件である

(イ) 必要条件であるが十分条件ではない

(ウ) 十分条件であるが必要条件ではない

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

解答

命題の必要条件が十分条件か求める問題

例題

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか. 最も適するものを(ア)~(エ)から選べ.
ただし, x, y は実数とする.

(1) $p: x=3$ $q: x^2-4x+3=0$

(2) $p: \triangle ABC$ が直角三角形 $q: \angle A=90^\circ$

(3) $p: xy=0$ $q: x, y$ のうち少なくとも1つは0

(4) $p: x>0$ $q: |x|>1$

(ア) 必要十分条件である (イ) 必要条件であるが十分条件ではない

(ウ) 十分条件であるが必要条件ではない (エ) 必要条件でも十分条件でもない

(1) $x^2-4x+3=(x-3)(x-1)=0$ よって $x=1, 3$

よって $p \implies q$ は真 $q \implies p$ は偽 (反例 $x=1$)

したがって p は q であるための十分条件であるが必要条件ではない (ウ)

(2) $p \implies q$ は偽 $q \implies p$ は真 (反例 $\angle A=30^\circ, \angle B=90^\circ, \angle C=60^\circ$)

したがって p は q であるための必要条件であるが十分条件ではない (イ)

(3) $xy=0$ より $x=0$ または $y=0$

よって p と q は同値である. したがって p は q であるための必要十分条件である (ア)

(4) $p \implies q$ は偽 (反例 $x=\frac{1}{2}$) $q \implies p$ は偽 (反例 $x=-\frac{3}{2}$)

したがって p は q であるための必要条件でも十分条件でもない. (エ)

類題

次の条件 p は条件 q であるための何条件であるか. 最も適するものを(ア)~(エ)から選べ.
ただし, x, y は実数とする.

(1) $p: x \neq 0$ $q: x^2-3x+2=0$

(2) $p: 四角形 ABCD$ が正方形 $q: 四角形 ABCD$ が長方形

(3) $p: x=1$ $q: xy=1$

(4) $p: x$ が4の倍数 かつ 6の倍数 $q: x$ が24の倍数

(ア) 必要十分条件である (イ) 必要条件であるが十分条件ではない

(ウ) 十分条件であるが必要条件ではない (エ) 必要条件でも十分条件でもない

(1) $x \neq 0$ は $x=0$ 以外のすべての実数

$x^2-3x+2=0$ より $x=1$ または $x=2$

よって $p \implies q$ は偽 (反例 $x=3$) $q \implies p$ は真 (イ)

(2) $p \implies q$ は明らかに真

$q \implies p$ は偽 (反例 $AB=CD=1$ かつ $BC=DA=2$) (ウ)

(3) $p \implies q$ は偽 (反例 $x=1, y=2$) $q \implies p$ は偽 (反例 $x=\frac{1}{2}, y=2$) (エ)

(4) x が4の倍数 かつ 6の倍数のとき, x は12の倍数

$p \implies q$ は偽 (反例 $x=12$) $q \implies p$ は真 (イ)