

命題の真偽を求める問題

ちょっとした解説

・命題とは

☆ならば★だと絶対にいえるか？という丸バツの2択問題のこと。

・真偽の判断基準

「ならば」の左側☆の方が、右側★より小さければ真といえる。

例 東京に住んでいる ならば 日本に住んでいる

答え 真 理由:東京の方が日本より小さいので真

・命題の種類

①方程式パターン、②数直線パターン、③ベン図パターンがある。

例題

x, y を実数とする。次の命題の真偽を調べよ。偽ならば反例を1つあげよ。

(1) $x=1$ ならば $x^2=1$ (2) $x^2=1$ ならば $x=1$

(3) $x+y>0$ かつ $xy>0$ ならば $x>0$ かつ $y>0$

(4) $x \geq 1$ ならば $x > 1$

類題

x, y を実数とする。次の命題の真偽を調べよ。偽ならば反例を1つあげよ。

(1) $xy=0$ ならば $x=0$ である。

(2) $-2 < x < 3$ ならば $-2 \leq x < 5$ である。

(3) x を整数とするとき、 x が4の倍数ならば、 x は2の倍数である。

(4) $x^2=2x$ ならば $x=2$

解答 命題の真偽を求める問題

例題

x, y を実数とする. 次の命題の真偽を調べよ. 偽ならば反例を1つあげよ.

- (1) $x=1$ ならば $x^2=1$ (2) $x^2=1$ ならば $x=1$
- (3) $x+y>0$ かつ $xy>0$ ならば $x>0$ かつ $y>0$
- (4) $x\geq 1$ ならば $x>1$

解答

- (1) $x^2=1$ より $x=1$ または $x=-1$ よって $x=1$ ならば $x^2=1$ は 真
- (2) $x^2=1$ より $x=1$ または $x=-1$ よって $x^2=1$ ならば $x=1$ は 偽
(反例 $x=-1$)
- (3) $xy>0$ のとき 「 $x>0$ かつ $y>0$ 」……① または 「 $x<0$ かつ $y<0$ 」……②
①, ②のうち $x+y>0$ を満たすのは①である. よって 真
- (4) $x\geq 1$ を満たす実数 x 全体の集合を P , $x>1$ を満たす実数 x 全体の集合を Q とすると
 $x=1$ は集合 P に含まれるが集合 Q には含まれない. よって 偽 (反例 $x=1$)

類題

x, y を実数とする. 次の命題の真偽を調べよ. 偽ならば反例を1つあげよ.

- (1) $xy=0$ ならば $x=0$ である.
- (2) $-2<x<3$ ならば $-2\leq x<5$ である.
- (3) x を整数とするととき, x が4の倍数ならば, x は2の倍数である.
- (4) $x^2=2x$ ならば $x=2$

- (1) $xy=0$ より $x=0$ または $y=0$
よって $xy=0$ ならば $x=0$ である は 偽 (反例 $x=1, y=0$)
- (2) $-2\leq x<5$ は $-2<x<3$ を含む. よって 真
- (3) 整数 x が4の倍数のとき $x=4k$ (k は整数) と表せる.
このとき $x=4k=2\times 2k$ であり, $2k$ は整数より x は2の倍数である.
したがって x が4の倍数ならば, x は2の倍数である は 真
- (4) $x^2=2x$ より $x^2-2x=0$ $x(x-2)=0$ $x=0, 2$
よって $x^2=2x$ ならば $x=2$ は 偽 (反例 $x=0$)