円の方程式を求める

例題

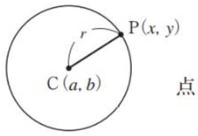
次の条件を満たす円の方程式を求めよ。

(1) 中心が点 $(1,\ -1)$ で，半径が 2

(2) 中心が原点で，$(3,\ -4)$ を通る

公式チェック

円の方程式



点 $(a,\ b)$ を中心とする半径が r の円の方程式は

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

原点を中心とする半径 r の円の方程式は　$x^2+y^2=r^2$

円の方程式を決定する（通る３点）

例題

3 点 $(0,\ 2)$，$(6,\ 0)$，$(7,\ 3)$ を通る円の方程式を求めよ。

公式チェック

円の方程式の決定(通る3 点から)

求める円の方程式を $\boxed{\boldsymbol{x^2+y^2+lx+my+n=0}}$ とおき，

通る点の座標を代入して できた 3 つの方程式を

「連立方程式」として解く。

円の方程式へ変形（平方完成）

例題

方程式 $x^2+y^2+4x-8y+17=0$ はどのような図形を表すか。

公式チェック

$x,\ y$ それぞれについて「平方完成」し，

$(x-a)^2+(y-b)^2=k$ の形にする。

解答

円の方程式を求める

例題

次の条件を満たす円の方程式を求めよ。

（1） 中心が点（1，−1）で，半径が 2

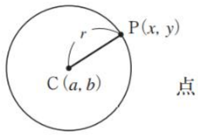
（2） 中心が原点で，（3，− 4）を通る

（1） $(x-1)^2+(y+1)^2=4$

（2） 半径は $\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{25}=5$ よって $x^2+y^2=25$

公式チェック

円の方程式



点$(a,\ b)$を中心とする半径が r の円の方程式は

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

原点を中心とする半径 r の円の方程式は $x^2+y^2=r^2$

円の方程式を決定する（通る３点）

例題

3 点（0，2），（6，0），（7，3）を通る円の方程式を求めよ。

求める円の方程式を $x^2+y^2+lx+my+n=0$ とおく。

3 点(0，2)，(6，0)，(7，3) を通るので

$$\begin{cases} 4+2m+n=0 \\ 36+6l+n=0 \\ 49+9+7l+3m+n=0 \end{cases} \quad \text{つまり} \quad \begin{cases} 2m+n=-4 & \cdots ① \\ 6l+n=-36 & \cdots ② \\ 7l+3m+n=-58 & \cdots ③ \end{cases}$$

①−② より $2m-6l=32$ 　 $-3l+m=16\cdots$④

②−③より $-l-3m=22\cdots$⑤

④，⑤より $l=-7,\ m=-5$ 　このとき①より $n=6$

よって求める円の方程式は $x^2+y^2-7x-5y+6=0$

公式チェック

円の方程式の決定(通る3 点から)

求める円の方程式を $\boxed{\boldsymbol{x^2+y^2+lx+my+n=0}}$ とおき，

通る点の座標を代入して できた 3 つの方程式を

「連立方程式」として解く。

円の方程式へ変形（平方完成）

例題

方程式 $x^2+y^2+4x-8y+17=0$ はどのような図形を表すか。

$(x+2)^2-4+(y-4)^2-16+17=0$

$(x+2)^2+(y-4)^2=3$

よって，中心$(-2,\ 4)$，半径 $\sqrt{3}$ の円を表す。

公式チェック

$x,\ y$ それぞれについて「平方完成」し，

$(x-a)^2+(y-b)^2=k$ の形にする。