

割合の問題

～利益に関する問題～

おぼえよう!

(うりね)
売値 - 原価 = 利益

- ① 定価 = 原価 \times $\left(\frac{10+\text{割合}}{10}\right)$
- ② 売値 = 定価 - 割引額 = 定価 \times $\left(\frac{10-\text{割引率}}{10}\right)$
- ③ 原価の3割の利益を見込んだ定価
↓
原価 \times $\left(\frac{10+3}{10}\right)$ = 定価

例題

ある商品に原価の3割の利益を見込んで定価をつけたが、大安売りのときに定価の2割引で売って、それでも18円の利益があった。この商品の原価を求めなさい。

考え方

- ① 表を書いて整理する。原価を x 円とする。

原価	x 円
定価	$x \times \frac{10+3}{10}$ 円 = $\frac{13}{10} x$ 円
売値	$\frac{13}{10} x \times \left(\frac{10-2}{10}\right) = \frac{13}{10} x \times \frac{8}{10} = \frac{104}{100} x$ 円
利益	18円

解法

式

$$\text{売値} - \text{原価} = \text{利益}$$

$$\frac{104}{100}x - x = 18 \quad \dots \text{両辺を100倍する}$$

$$104x - 100x = 1800$$

$$4x = 1800$$

$$x = 450$$

答 450 円

実践問題

1 ある商品に原価の2割増しの定価をつけたが、売れないため、定価を100円安くして売ったところ、利益は100円になった。この商品の原価を求めなさい。

答 円

2 ある品物を定価で売ると原価の20%の利益があるが、定価の10%引きで売ったので、280円の利益があった。この品物の原価を求めなさい。

答 円

3 ある商品に原価の4割増しの定価をつけ、それを定価の25%引きで売ったところ、250円の利益がありました。この商品の原価はいくらか求めなさい。

答 円

4 ある商品について、原価の4割増しの定価をつけましたが、売れないので300円値引きして売りました。このときの利益は100円でした。この商品の原価を求めなさい。

答 円

5 カメラに原価の4割の利益を見込んで定価をつけましたが、定価の20%引きで売ったので、利益は2400円でした。このカメラの原価を求めなさい。

答 円

増減の問題

おぼえよう!

① a 割は $\left(a \times \frac{1}{10} = \frac{a}{10}, a \times 0.1 = 0.1a\right)$ で表せる。

b %は $\left(b \times \frac{1}{100} = \frac{b}{100}, b \times 0.01 = 0.01b\right)$ で表せる。

② a 割増し, b %増えるは, もとの数を $1 = \frac{100}{100}$ として,

$\boxed{\text{もとの数}} \times \left(\frac{10+a}{10}\right), \boxed{\text{もとの数}} \times \left(\frac{100+b}{100}\right)$ で表せる。

a 割減, b %減るは, もとの数を 1 として,

$\boxed{\text{もとの数}} \times \left(\frac{10-a}{10}\right), \boxed{\text{もとの数}} \times \left(\frac{100-b}{100}\right)$ で表せる。

例題

ある学校の今年の生徒数は, 去年より5%減って456人になりました。去年の生徒数を求めなさい。

考え方

- ① 去年の生徒数を x 人として, それを1とする。
- ② 去年の生徒数 $\times \left(\frac{100-5}{100}\right) = \text{今年の生徒数}$

解法

式

$$x \times \left(\frac{100-5}{100}\right) = 456$$

$$\frac{95}{100}x = 456$$

$$95x = 45600$$

$$x = 480$$

答 480 人

実 践 問 題

1 ある学校の今年の生徒数は、去年より8%減って598人になった。去年の生徒数を求めなさい。

答 人

2 ある学校の今年の生徒数は、去年より4%増えて780人になった。去年の生徒数を求めなさい。

答 人

3 A君の今月の貯金は、先月より2割減って12000円になった。A君の先月の貯金はいくらか求めなさい。

答 円

4 ある店の今日の売り上げは、昨日より7%増え2240円多かったという。この店の昨日の売り上げを求めなさい。

答 円

5 ある博物館の各月の入場者数を調べたところ、1月と2月の入場者の合計は2640人で、2月の入場者数は1月の入場者数より20%多かった。1月の入場者数を求めなさい。

答 人

実践問題

1 10%の食塩水が200gあります。これに4%の食塩水を加えて8%の食塩水をつくります。4%の食塩水を何g加えるとよいか求めなさい。

答 g

2 5%の食塩水が200gあります。これに15%の食塩水を加えて11%の食塩水をつくります。15%の食塩水を何g加えるとよいか求めなさい。

答 g

3 6%の食塩水50gに12%の食塩水をまぜて8%の食塩水をつくるには、12%の食塩水を何gまぜればよいか求めなさい。

答 g

4 10%の食塩水と6%の食塩水をまぜて、9%の食塩水を200gつくりたい。2種類の食塩水を何gずつまぜればよいか。

答 10% g

 6% g

5 5%の食塩水と10%の食塩水をまぜて、7%の食塩水を350gつくります。それぞれ何g必要か求めなさい。

答 5% g

 10% g

食塩水の問題

～②食塩水に水を加える場合～

おぼえよう!

水は、「濃度0%の食塩水」と考えよう!

基本パターンの公式

$$\begin{array}{ccc}
 \textcircled{2} \quad \frac{\text{濃度}x}{100} \times \text{食塩水A} & + & \frac{0}{100} \times \text{食塩水B} = \frac{\text{濃度}y}{100} (A + \text{水B}) \\
 \downarrow & & \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 \text{食塩水Aの食塩の量 } a & + & \text{水に食塩は } 0 = \text{食塩水Aと水Bを混ぜた食塩の量 } c
 \end{array}$$

例題

8%の食塩水が150gある。これに水を加えて6%の食塩水にしたい。水を何g加えればよいか求めなさい。

考え方

- ① 加える水の量を x g とする。
- ② 表を書いて考える。割合は小数でも分数でもよい。

	8%の食塩水	水	6%の食塩水
割合	$\frac{8}{100}$	0	$\frac{6}{100}$
食塩水(g)	150	x	$150 + x$
食塩(g)	$150 \times \frac{8}{100}$	0	$(150 + x) \times \frac{6}{100}$

解法

式

$$\begin{aligned}
 \frac{8}{100} \times 150 + \frac{0}{100} \times x &= \frac{6}{100} (150 + x) \quad \cdots \text{両辺を100倍する} \\
 8 \times 150 + 0 \times x &= 6(150 + x) \\
 1200 + 0 &= 900 + 6x \\
 -6x &= 900 - 1200 \\
 -6x &= -300 \\
 x &= 50
 \end{aligned}$$

答 50 g

実践問題

1 12%の食塩水が300gある。この食塩水に水を加えて、10%の食塩水をつくるには、水を何g加えればよいか。

答 _____ g

2 9%の食塩水500gに水を加えて、6%の食塩水をつくった。加えた水の量を求めなさい。

答 _____ g

3 11%の食塩水が180gある。これを水でうすめて9%の食塩水をつくりたい。加える水の量を求めなさい。

答 _____ g

4 9.6%の食塩水が240gある。これに水を加えて8%の食塩水にしたい。何gの水を加えればよいか。

答 _____ g

5 8%の食塩水がある。これに水100gを加えたら、6%の食塩水になった。8%の食塩水は何gあったか。その値を求めなさい。

答 _____ g

実践問題

1 6%の食塩水が135gあります。これに何gの食塩を加えると10%の食塩水になりますか。

答 _____ g

2 15%の食塩水が80gある。これに食塩を加えて20%の食塩水をつくるには、食塩を何g加えればよいか。

答 _____ g

3 8%の食塩水450gに何gの食塩を加えれば、10%の食塩水になるか。

答 _____ g

4 10%の食塩水24gに食塩を加えたら、40%の食塩水ができた。加えた食塩の量を求めなさい。

答 _____ g

5 8%の食塩水100gに水160gと食塩を加えたら、10%の食塩水ができた。加えた食塩の量は何gか。

答 _____ g

食塩水の問題

～④食塩水を蒸発させる場合～

おぼえよう!

水を加える場合は+，蒸発させる場合は-!

公式 $\frac{\text{濃度}x}{100} \times \text{食塩水A} - \frac{0}{100} \times \text{蒸発する水B} = \frac{\text{濃度}y}{100} (A-B)$

例題

10%の食塩水が800gある。この食塩水を熱し水を蒸発させて、16%の食塩水にしたい。何gの水を蒸発させればよいか求めなさい。

解法

蒸発する水の量を x gとする。

式 $\frac{10}{100} \times 800 - \frac{0}{100} \times x = \frac{16}{100} (800 - x)$ …両辺を100倍する

$$8000 - 0 = 16(800 - x)$$
$$8000 = 12800 - 16x$$
$$16x = 4800$$
$$x = 300$$

答 300 g

～⑤ハイレベル問題～

例題

容器に x %の食塩水が100g入っている。この容器から10gを取り去って、代わりに11%の食塩水を10g加えたら20%の食塩水ができた。 x の値を求めなさい。

解法

100gの食塩水から10gを引いた90gの食塩水と11%の食塩水を10g加えたら20%の食塩水ができた、という問題。(パターン①)

式 $\frac{x}{100} \times (100 - 10) + \frac{11}{100} \times 10 = \frac{20}{100} (90 + 10)$ …両辺を100倍する

$$x \times 90 + 11 \times 10 = 20 \times 100$$
$$90x + 110 = 2000$$
$$90x = 1890$$
$$x = 21$$

答 $x = 21$

実践問題

1 7%の食塩水が100gある。これを熱して水分を蒸発させて、10%の食塩水にしたい。水を何g蒸発させればよいか。

答 g

2 2%の食塩水が540gある。これを熱して5%の食塩水をつくるには、何gの水を蒸発させればよいか。

答 g

3 8%の食塩水が400gある。これに水100gと、20%の食塩水をどれだけか加えて混ぜ合わせたところ、10%の食塩水ができたという。20%の食塩水を何g加えたことになるか。

答 g

4 容器に x %の食塩水300gが入っている。ところが50gこぼしたので、こぼした量だけ水を加えたところ、10%の食塩水になった。 x の値を求めなさい。

答 $x =$

5 容器に濃度6%の食塩水300gが入っていた。ところが x gこぼしてしまい、こぼした量だけ水を容器に入れた。すると、4%の濃度の食塩水になった。こぼした食塩水 x gを求めなさい。

答 g

割 合 の 問 題

1 ある商品に原価の2割増しの定価をつけたが、売れないため、定価を100円安くして売ったところ、利益は100円になった。この商品の原価を求めなさい。

★

原価	x 円		
定価	$x \times \left(\frac{10+2}{10}\right) = \frac{12}{10}x$ 円	$\left(\frac{12}{10}x - 100\right) - x = 100$	
売値	$\left(\frac{12}{10}x - 100\right)$ 円	$\frac{12}{10}x - x = 100 + 100$	
利益	100円	$12x - 10x = 2000$	答 1000 円
		$x = 1000$	

2 ある品物を定価で売ると原価の20%の利益があるが、定価の10%引きで売ったので、280円の利益があった。この品物の原価を求めなさい。

★

原価	x 円		
定価	$x \times \left(\frac{10+2}{10}\right) = \frac{12}{10}x$ 円	$\frac{108}{100}x - x = 280$	
売値	$\frac{12}{10}x \times \left(\frac{100-10}{100}\right) = \frac{108}{100}x$ 円	$108x - 100x = 28000$	
利益	280円	$8x = 28000$	答 3500 円
		$x = 3500$	

3 ある商品に原価の4割増しの定価をつけ、それを定価の25%引きで売ったところ、250円の利益がありました。この商品の原価はいくらか求めなさい。

★

原価	x 円		
定価	$x \times \left(\frac{10+4}{10}\right) = \frac{14}{10}x$ 円	$\frac{105}{100}x - x = 250$	
売値	$\frac{14}{10}x \times \left(\frac{100-25}{100}\right) = \frac{105}{100}x$ 円	$105x - 100x = 25000$	
利益	250円	$5x = 25000$	答 5000 円
		$x = 5000$	

4 ある商品について、原価の4割増しの定価をつけましたが、売れないので300円値引きして売りました。このときの利益は100円でした。この商品の原価を求めなさい。

★

原価	x 円		
定価	$x \times \left(\frac{10+4}{10}\right) = \frac{14}{10}x$ 円	$\left(\frac{14}{10}x - 300\right) - x = 100$	
売値	$\left(\frac{14}{10}x - 300\right)$ 円	$\frac{14}{10}x - 300 - x = 100$	
利益	100円	$14x - 3000 - 10x = 1000$	答 1000 円
		$4x = 4000$	
		$x = 1000$	

5 カメラに原価の4割の利益を見込んで定価をつけましたが、定価の20%引きで売ったので、利益は2400円でした。このカメラの原価を求めなさい。

★

原価	x 円		
定価	$x \times \left(\frac{10+4}{10}\right) = \frac{14}{10}x$ 円	$\frac{112}{100}x - x = 2400$	
売値	$\frac{14}{10}x \times \left(\frac{100-20}{100}\right) = \frac{112}{100}x$ 円	$112x - 100x = 240000$	
利益	2400円	$12x = 240000$	答 20000 円
		$x = 20000$	

増減の問題

1 ある学校の今年の生徒数は、去年より8%減って598人になった。去年の生徒数を求めなさい。

★ 去年の生徒数を x 人とする。

$$\begin{aligned}x \times \left(\frac{100-8}{100} \right) &= 598 \\ \frac{92}{100}x &= 598 \\ 92x &= 59800 \\ x &= 650\end{aligned}$$

答 650 人

2 ある学校の今年の生徒数は、去年より4%増えて780人になった。去年の生徒数を求めなさい。

★ 去年の生徒数を x 人とする。

$$\begin{aligned}x \times \left(\frac{100+4}{100} \right) &= 780 \\ \frac{104}{100}x &= 780 \\ 104x &= 78000 \\ x &= 750\end{aligned}$$

答 750 人

3 A君の今月の貯金は、先月より2割減って12000円になった。A君の先月の貯金はいくらか求めなさい。

★ A君の先月の貯金を x 円とする。

$$\begin{aligned}x \times \left(\frac{10-2}{10} \right) &= 12000 \\ \frac{8}{10}x &= 12000 \\ 8x &= 120000 \\ x &= 15000\end{aligned}$$

答 15000 円

4 ある店の今日の売り上げは、昨日より7%増え2240円多かったという。この店の昨日の売り上げを求めなさい。

★ 昨日の売り上げを x 円とする。

$$\begin{aligned}x \times \left(\frac{100+7}{100} \right) &= x + 2240 \\ \frac{107}{100}x &= x + 2240 \\ 107x &= 100x + 224000 \\ 7x &= 224000 \\ x &= 32000\end{aligned}$$

答 32000 円

5 ある博物館の各月の入場者数を調べたところ、1月と2月の入場者の合計は2640人で、2月の入場者数は1月の入場者数より20%多かった。1月の入場者数を求めなさい。

★ 1月の入場者数を x 人とする。

合計で2640人なので、2月の入場者数は $(2640-x)$ 人となる。

$$\begin{aligned}x \times \left(\frac{100+20}{100} \right) &= 2640 - x \\ \frac{120}{100}x &= 2640 - x \\ 120x &= 264000 - 100x \\ 220x &= 264000 \\ x &= 1200\end{aligned}$$

答 1200 人

～①食塩水に食塩水を加える場合～

1 10%の食塩水が200gあります。これに4%の食塩水を加えて8%の食塩水をつくります。4%の食塩水を何g加えるとよいか求めなさい。

★ 4%の食塩水を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{10}{100} \times 200 + \frac{4}{100} x &= \frac{8}{100} (200 + x) \\ 2000 + 4x &= 1600 + 8x \\ -4x &= -400 \\ x &= 100\end{aligned}$$

答 100 g

2 5%の食塩水が200gあります。これに15%の食塩水を加えて11%の食塩水をつくります。15%の食塩水を何g加えるとよいか求めなさい。

★ 15%の食塩水を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{5}{100} \times 200 + \frac{15}{100} x &= \frac{11}{100} (200 + x) \\ 1000 + 15x &= 2200 + 11x \\ 4x &= 1200 \\ x &= 300\end{aligned}$$

答 300 g

3 6%の食塩水50gに12%の食塩水をまぜて8%の食塩水をつくるには、12%の食塩水を何gまぜればよいか求めなさい。

★ 12%の食塩水を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{6}{100} \times 50 + \frac{12}{100} x &= \frac{8}{100} (50 + x) \\ 300 + 12x &= 400 + 8x \\ 4x &= 100 \\ x &= 25\end{aligned}$$

答 25 g

4 10%の食塩水と6%の食塩水をまぜて、9%の食塩水を200gつくりたい。2種類の食塩水を何gずつまぜればよいか。

★ 10%の食塩水を x gとすると、6%の食塩水は $(200 - x)$ gで表せる。

$$\begin{aligned}\frac{10}{100} x + \frac{6}{100} (200 - x) &= \frac{9}{100} \times 200 \\ 10x + 1200 - 6x &= 1800 \\ 4x &= 600 \\ x &= 150\end{aligned}$$

答 10% 150 g

6%の食塩水は $200 - 150 = 50$

6% 50 g

5 5%の食塩水と10%の食塩水をまぜて、7%の食塩水を350gつくります。それぞれ何g必要か求めなさい。

★ 5%の食塩水を x gとすると、10%の食塩水は $(350 - x)$ gで表せる。

$$\begin{aligned}\frac{5}{100} x + \frac{10}{100} (350 - x) &= \frac{7}{100} \times 350 \\ 5x + 3500 - 10x &= 2450 \\ -5x &= -1050 \\ x &= 210\end{aligned}$$

答 5% 210 g

10%の食塩水は $350 - 210 = 140$

10% 140 g

～②食塩水に水を加える場合～

1 12%の食塩水が300gある。この食塩水に水を加えて、10%の食塩水をつくるには、水を何g加えればよいか。

★ 水の量を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{12}{100} \times 300 + \frac{0}{100} x &= \frac{10}{100} (300 + x) \\ 3600 + 0 &= 3000 + 10x \\ -10x &= -600 \\ x &= 60\end{aligned}$$

答 60 g

2 9%の食塩水500gに水を加えて、6%の食塩水をつくった。加えた水の量を求めなさい。

★ 水の量を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{9}{100} \times 500 + \frac{0}{100} x &= \frac{6}{100} (500 + x) \\ 4500 + 0 &= 3000 + 6x \\ -6x &= -1500 \\ x &= 250\end{aligned}$$

答 250 g

3 11%の食塩水が180gある。これを水でうすめて9%の食塩水をつくりたい。加える水の量を求めなさい。

★ 水の量を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{11}{100} \times 180 + \frac{0}{100} x &= \frac{9}{100} (180 + x) \\ 1980 + 0 &= 1620 + 9x \\ -9x &= -360 \\ x &= 40\end{aligned}$$

答 40 g

4 9.6%の食塩水が240gある。これに水を加えて8%の食塩水にしたい。何gの水を加えればよいか。

★ 水の量を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{9.6}{100} \times 240 + \frac{0}{100} x &= \frac{8}{100} (240 + x) \\ 2304 + 0 &= 1920 + 8x \\ -8x &= -384 \\ x &= 48\end{aligned}$$

答 48 g

5 8%の食塩水がある。これに水100gを加えたら、6%の食塩水になった。8%の食塩水は何gあったか。その値を求めなさい。

★ 8%の食塩水を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{8}{100} x + \frac{0}{100} \times 100 &= \frac{6}{100} (x + 100) \\ 8x + 0 &= 6x + 600 \\ 2x &= 600 \\ x &= 300\end{aligned}$$

答 300 g

～③食塩水に食塩を加える場合～

1 6%の食塩水が135gあります。これに何gの食塩を加えると10%の食塩水になりますか。

★ 食塩の量を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{6}{100} \times 135 + \frac{100}{100} x &= \frac{10}{100} (135 + x) \\ 810 + 100x &= 1350 + 10x \\ 90x &= 540 \\ x &= 6\end{aligned}$$

答 6 g

2 15%の食塩水が80gある。これに食塩を加えて20%の食塩水をつくるには、食塩を何g加えればよいか。

★ 食塩の量を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{15}{100} \times 80 + \frac{100}{100} x &= \frac{20}{100} (80 + x) \\ 1200 + 100x &= 1600 + 20x \\ 80x &= 400 \\ x &= 5\end{aligned}$$

答 5 g

3 8%の食塩水450gに何gの食塩を加えれば、10%の食塩水になるか。

★ 食塩の量を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{8}{100} \times 450 + \frac{100}{100} x &= \frac{10}{100} (450 + x) \\ 3600 + 100x &= 4500 + 10x \\ 90x &= 900 \\ x &= 10\end{aligned}$$

答 10 g

4 10%の食塩水24gに食塩を加えたら、40%の食塩水ができた。加えた食塩の量を求めなさい。

★ 食塩の量を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{10}{100} \times 24 + \frac{100}{100} x &= \frac{40}{100} (24 + x) \\ 240 + 100x &= 960 + 40x \\ 60x &= 720 \\ x &= 12\end{aligned}$$

答 12 g

5 8%の食塩水100gに水160gと食塩を加えたら、10%の食塩水ができた。加えた食塩の量は何gか。

★ 食塩の量を x gとする。

$$\begin{aligned}\frac{8}{100} \times 100 + \frac{0}{100} \times 160 + \frac{100}{100} x &= \frac{10}{100} (100 + 160 + x) \\ 800 + 0 + 100x &= 1000 + 1600 + 10x \\ 90x &= 1800 \\ x &= 20\end{aligned}$$

答 20 g

～④食塩水を蒸発させる場合～

1 7%の食塩水が100gある。これを熱して水分を蒸発させて、10%の食塩水にしたい。水を何g蒸発させればよいか。

★ 蒸発する水の量を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{7}{100} \times 100 - \frac{0}{100} x &= \frac{10}{100} (100 - x) \\ 700 - 0 &= 1000 - 10x \\ 10x &= 300 \\ x &= 30\end{aligned}$$

答 30 g

2 2%の食塩水が540gある。これを熱して5%の食塩水をつくるには、何gの水を蒸発させればよいか。

★ 蒸発する水の量を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{2}{100} \times 540 - \frac{0}{100} x &= \frac{5}{100} (540 - x) \\ 1080 - 0 &= 2700 - 5x \\ 5x &= 1620 \\ x &= 324\end{aligned}$$

答 324 g

3 8%の食塩水が400gある。これに水100gと、20%の食塩水をどれだけか加えて混ぜ合わせたところ、10%の食塩水ができたという。20%の食塩水を何g加えたことになるか。

★ 20%の食塩の量を x g とする。

$$\begin{aligned}\frac{8}{100} \times 400 + \frac{0}{100} \times 100 + \frac{20}{100} x &= \frac{10}{100} (400 + 100 + x) \\ 3200 + 0 + 20x &= 4000 + 1000 + 10x \\ 10x &= 1800 \\ x &= 180\end{aligned}$$

答 180 g

4 容器に x %の食塩水300gが入っている。ところが50gこぼしたので、こぼした量だけ水を加えたところ、10%の食塩水になった。 x の値を求めなさい。

★

$$\begin{aligned}\frac{x}{100} \times (300 - 50) + \frac{0}{100} \times 50 &= \frac{10}{100} (300 - 50 + 50) \\ 250x + 0 &= 3000 \\ x &= 12\end{aligned}$$

答 $x = 12$

5 容器に濃度6%の食塩水300gが入っていた。ところが x gこぼしてしまい、こぼした量だけ水を容器に入れた。すると、4%の濃度の食塩水になった。こぼした食塩水 x gを求めなさい。

★

$$\begin{aligned}\frac{6}{100} \times (300 - x) + \frac{0}{100} x &= \frac{4}{100} (300 - x + x) \\ 1800 - 6x + 0 &= 1200 \\ -6x &= -600 \\ x &= 100\end{aligned}$$

答 100 g
