1　合 同(1)

攻略法1

★　*まず，合同条件をきちんと暗記しよう！*

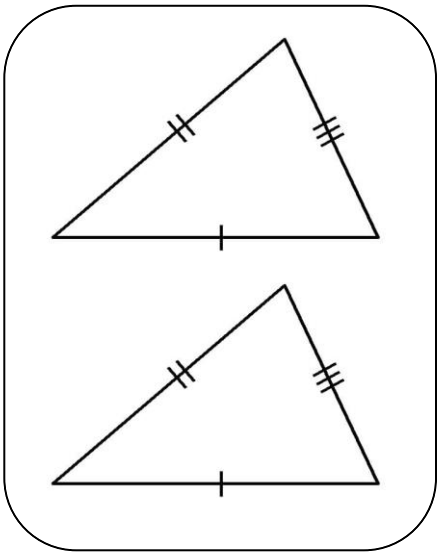
①　3組の辺がそれぞれ等しい。

②　2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

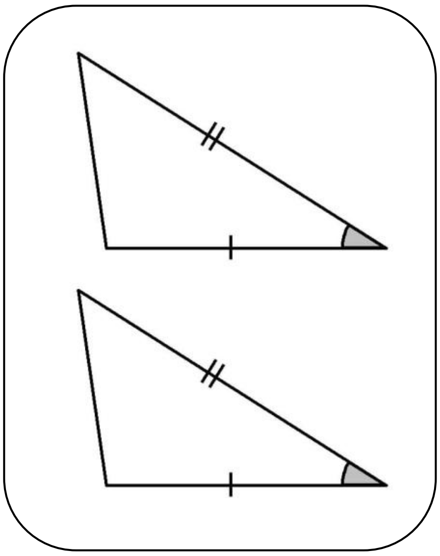
③　1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

（合同条件は教科書によって表現が少し異なります。教科書どおりに覚えていれば，これを暗記する必要はありません。）

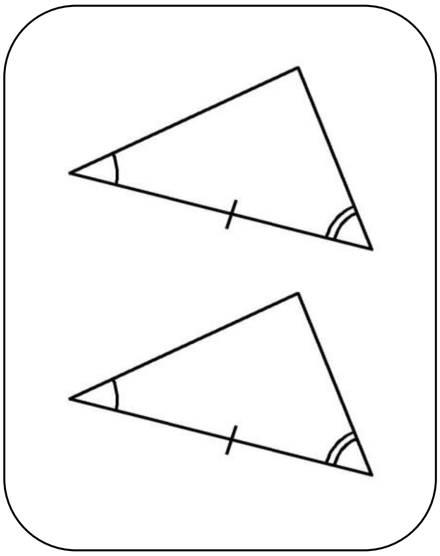
①



②

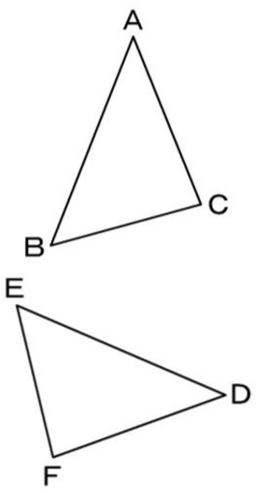


③



攻略法2

　①②③　　①②③
△ABC≡△DEFならば，アルファベット順に対応している。



角

　②①③　　②①③
∠BAC＝∠EDF
　①③②　　①③②
∠ACB＝∠DFE
　①②③　　①②③
∠ABC＝∠DEF

辺

①②　①②
AB＝DE
①③　①③
AC＝DF
②③　②③
BC＝EF

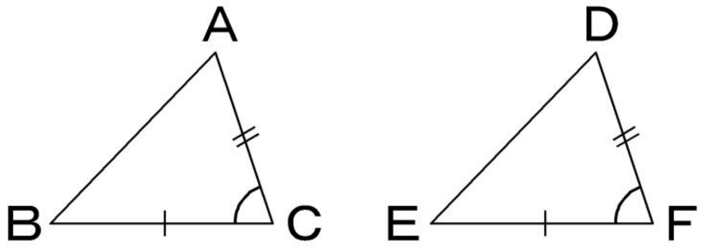
1　合 同（2）「部分証明」

攻略法３

部分証明ならば，対応順に書けばＯＫ！

実践問題1

　下の図の△ABCと△DEFで，同じ印をつけた辺や角が等しいとき，AB＝DEである。これを次のように証明した。
□をうめなさい。



〔証明〕

△ABCと □ で，

仮定より，BC＝ □ ……①

仮定より，CA＝ □ ……②

仮定より，∠C＝ □ ……③

①，②，③より，

□ がそれぞれ等しいから，

△ABC≡ □

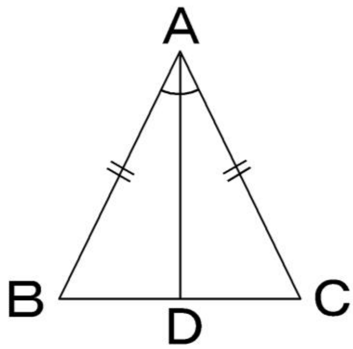
合同な三角形の対応する □ は等しいから，

AB＝ □

1　合 同(3)「部分証明」

実践問題2

右の図の△ABCで，AB＝AC，∠BAD＝∠CADならば，BD＝CDである。これを証明しなさい。



〔証明〕

△DBAと [　　　　] で，

仮定より，AB＝ [　　　　] ……①

仮定より，∠BAD＝ [　　　　] ……②

共通だから，AD＝ [　　　　] ……③

①，②，③より，

[　　　　　　　　　　] がそれぞれ等しいから，

△DBA≡ [　　　　]

合同な三角形の対応する [　　　　] は等しいから，

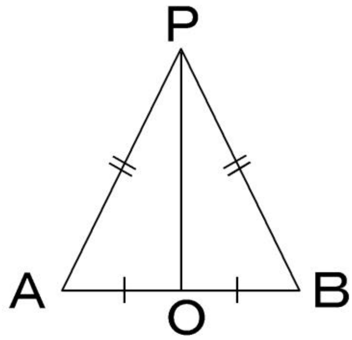
BD＝ [　　　　]

1　合 同（4）「部分証明」

※　「中点」という言葉があったら等しい辺があるぞ！

実践問題3

右の図でOは線分ABの中点で，AP＝BPである。∠AOP＝∠BOPであることを証明しなさい。



〔証明〕

△AOPと $\boxed{\quad\quad}$ で，

仮定より，AO＝ $\boxed{\quad\quad}$ ……①

仮定より，AP＝ $\boxed{\quad\quad}$ ……②

$\boxed{\quad\quad}$ だから，PO＝ $\boxed{\quad\quad}$ ……③

①，②，③より，

$\boxed{\quad\quad}$ がそれぞれ等しいから，

△AOP≡ $\boxed{\quad\quad}$

合同な三角形の対応する $\boxed{\quad\quad}$ は等しいから，

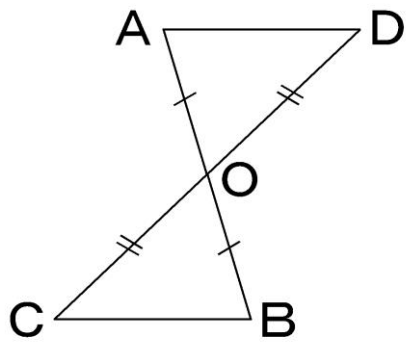
∠AOP＝ $\boxed{\quad\quad}$

1　合 同（5）「部分証明」

※ ⋈ 〔リボン〕には対頂角があるぞ！

実践問題4

右の図で，AO＝BO，CO＝DOならば，AD＝BCである。これを次のように証明した。$\boxed{\quad}$にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△ADOと△BCOで，

仮定より，AO＝ $\boxed{\quad}$ …①

DO＝ $\boxed{\quad}$ …②

$\boxed{\quad}$ 角は等しいから，

∠AOD＝ $\boxed{\quad}$ …③

①，②，③より，

$\boxed{\quad}$ がそれぞれ等しいから，

△ADO≡ $\boxed{\quad}$

合同な三角形の対応する $\boxed{\quad}$ は等しいから，

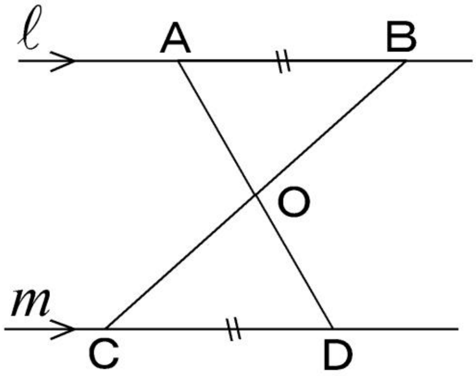
AD＝ $\boxed{\quad}$

1 合 同（6）「部分証明」

※　「平行」だったら錯角・同位角が等しいぞ！

実践問題5

右の図で，$\ell // m$，AB＝CDのとき，AO＝DOであることを，次の□をうめて証明しなさい。



〔仮定〕　$\ell // m$，AB＝CD

〔結論〕　AO＝DO

〔証明〕

△AOBと△DOCで，

仮定から，AB＝DC・・・・・①

仮定から，$\ell // m$ で，平行線の □ は等しいから，

∠BAO＝ □ ・・・・・②

∠ABO＝ □ ・・・・・③

①，②，③より，

□ がそれぞれ等しいから，

△AOB≡△DOC

合同な三角形の □ は等しいから，

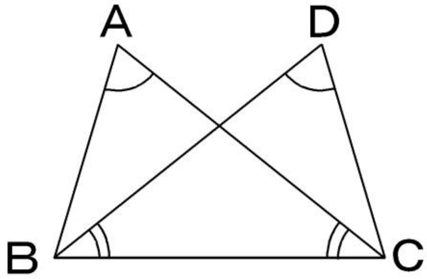
AO＝DO

1　合　同（7）「部分証明」

※　三角形の２つの角が等しければ残りの角も等しいぞ！

実践問題6

右の図で，∠BAC＝∠CDB，∠ACB＝∠DBCならば，AC＝DBである。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△ACBと△DBCで，

共通だから，BC＝ □ ‥‥‥①

三角形の内角の和は 180°だから，

∠ABC＝180°－∠BAC－∠ACB‥‥‥②

∠DCB＝180°－∠CDB－ □ ‥‥‥③

仮定より，∠BAC＝ □ ‥‥‥④

仮定より，∠ACB＝ □ ‥‥⑤

②，③，④，⑤から，

∠ABC＝ □ ‥‥‥⑥

①，⑤，⑥から，

□ がそれぞれ等しいから，

△ACB≡△DBC

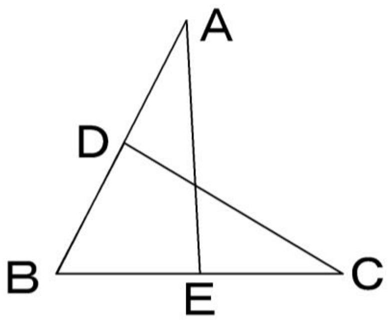
合同な三角形の対応する辺は等しいから，

AC＝ □

1 合 同（8）「完全証明」

※　必ず仮定は２つある。あと１つを見つければＯＫ！

例題1　右の図でAB＝CB，∠A＝∠Cならば，AE＝CDである。これについて，次の問いに答えなさい。



（1）仮定と結論を式で表しなさい。

〔仮定〕　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

〔結論〕　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（2）結論を導くためには，どの2つの三角形が合同であることを導けばよいか。

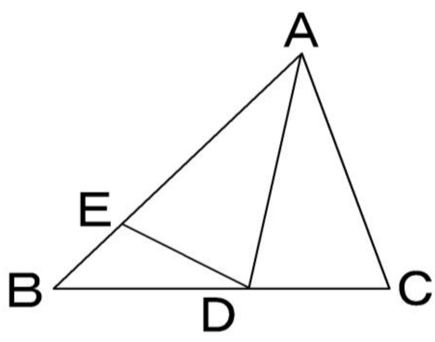
＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（3）AE＝CDとなることを証明しなさい。

〔証明〕

実践問題1

右の図で，AE＝AC，∠EAD＝∠CADならば，ED＝CDである。このことを証明しなさい。

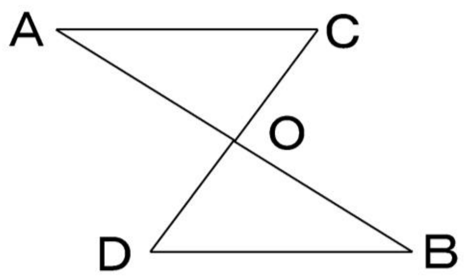


〔証明〕

1 合 同 (9) 「完全証明」

※ リボンに注意！

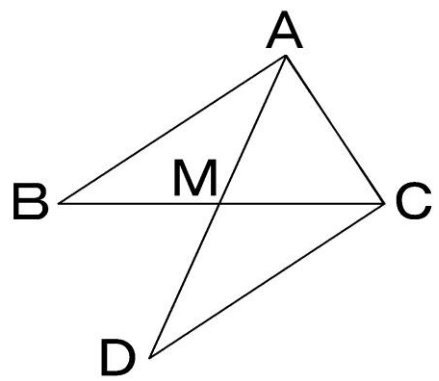
例題2 右の図で，点Oが線分AB，CDのそれぞれの中点ならば，
AC＝BDである。このことを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題2

右の図のように，△ABCの辺BCの中点をMとし，AMの延長上にAM＝MDとなるように点Dをとると AB＝DCである。このことを証明しなさい。

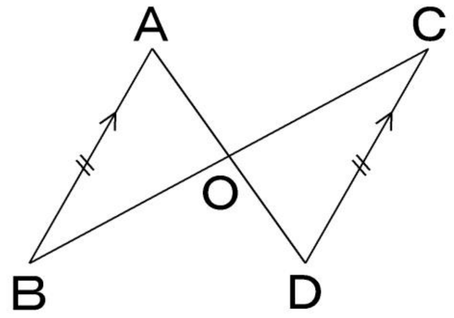


〔証明〕

1 合 同（10）「完全証明」

※　平行 → 錯角・同位角に注目！

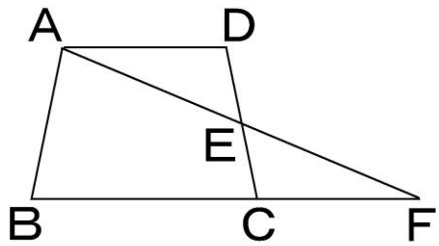
例題3　右の図で，AB//CD，AB＝CDならばAO＝DOである。このことを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題3

右の図で，AD//BCである台形ABCDにおいて，辺BCの延長上にAD＝FCとなる点Fをとり，AFとCDとの交点をEとするとDE＝CEである。このことを証明しなさい。

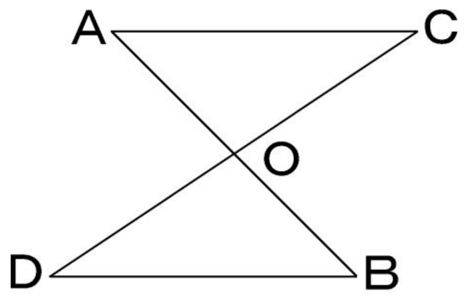


〔証明〕

1　合　同（11）「完全証明」

※　錯角・同位角が等しい → ２直線は平行！

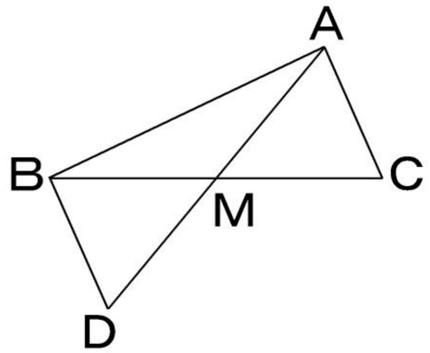
例題4　右の図で，点Oが線分AB，CDの中点ならばAC//BDである。このことを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題4

右の図のように，△ABCの辺BCの中点をMとし，線分AMの延長上にAM＝DMとなるような点Dをとると，AC//DBである。このことを証明しなさい。

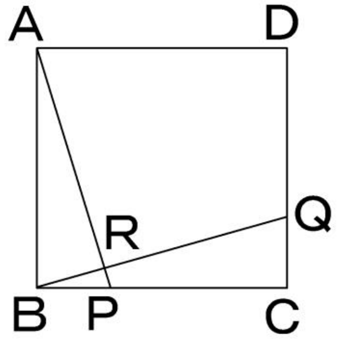


〔証明〕

1 合 同（12）「完全証明」

※　正方形は辺と角が等しいぞ！

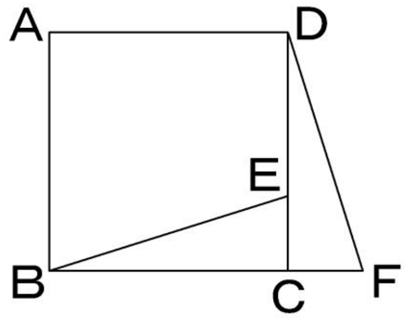
例題5　右の図で，正方形ABCDの辺BC，CD上に，点P，QをBP＝CQとなるようにとる。また，APとBQの交点をRとする。このとき，△ABP≡△BCQを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題5

右の図で，正方形ABCDの辺CD上に点Eをとり，辺BCの延長上にCE＝CFとなる点Fをとる。このとき，△BCE≡△DCFを証明しなさい。



〔証明〕

2　二等辺三角形の性質（1）

攻略法１

★　*定義，性質をきちんと暗記しよう！*

二等辺三角形の定義

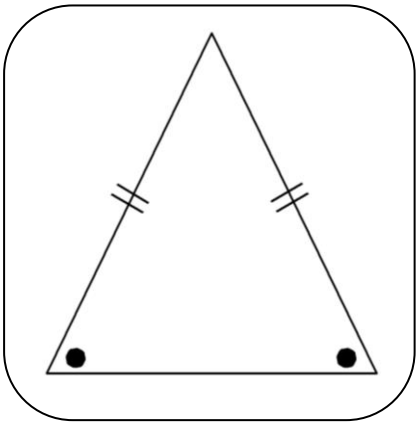
２辺が等しい三角形

二等辺三角形の性質

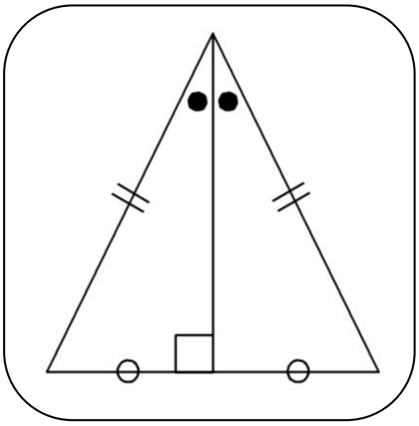
①　二等辺三角形の底角は等しい

②　二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に２等分する。

①



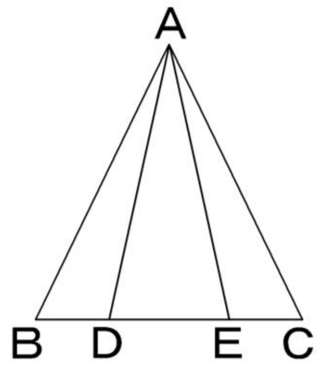
②



2　二等辺三角形の性質（2）「部分証明」

実践問題1

右の図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形で，BD＝CEである。
このとき，AD＝AEであることを，次の□をうめて証明しなさい。



〔証明〕

△ADBと△AECにおいて，

仮定より，AB＝□・・・・・①

仮定より，□＝CE・・・・・②

二等辺三角形の□は等しいから，∠B＝□・・・・・③

①，②，③より，

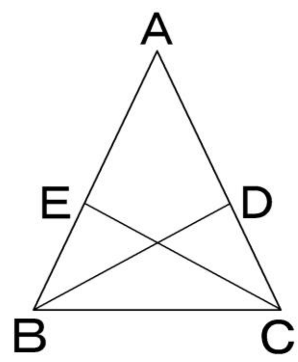
□がそれぞれ等しいから，

△ADB≡△AEC

合同な三角形の対応する辺は等しいから，AD＝AE

実践問題2

AB＝ACである二等辺三角形で，底角∠B，∠Cの二等分線と辺AC，ABとの交点をそれぞれD，Eとすると，BD＝CEである。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△BDCと△CEBで，

共通だから，BC＝□・・・・・①

二等辺三角形の□は等しいから，∠DCB＝□・・・・・②

二等辺三角形の底角を2等分した角は等しいから，∠DBC＝□・・・・・③

①，②，③より，

□がそれぞれ等しいから，

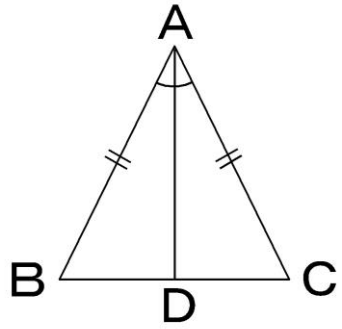
△BDC≡□

合同な三角形の対応する辺は等しいから，BD＝□

2　二等辺三角形の性質(3)「部分証明」

実践問題3

二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に2等分する。これを，AB＝ACである二等辺三角形ABCについて，証明しなさい。



〔証明〕

∠Aの二等分線と辺BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDにおいて，

仮定より，AB＝ $\boxed{\qquad}$ ・・・・・①

$\boxed{\qquad}$ だから，AD＝ $\boxed{\qquad}$ ・・・・・②

仮定より，∠BAD＝ $\boxed{\qquad}$ ・・・・・③

①，②，③より， $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$ がそれぞれ等しいから，

△ABD≡△ACD

したがって，BD＝ $\boxed{\qquad}$ ・・・・・④

∠ADB＝ $\boxed{\qquad}$ ・・・・・⑤

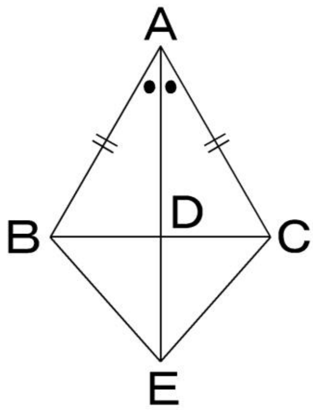
また，∠ADB＋ $\boxed{\qquad}$ ＝180° ・・・・・⑥

⑤，⑥より，∠ADB＝90° ・・・・・⑦

④，⑦より，二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を $\boxed{\qquad}$ に $\boxed{\qquad}$ する。

実践問題4

AB＝ACである二等辺三角形ABCで，頂角∠Aの二等分線と底辺BCとの交点をDとする。ADの延長上の点をEとすると，△BDE≡△CDEである。これを次のように証明した。$\boxed{\quad}$ にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△BDEと△CDEで，

共通だから，DE＝ $\boxed{\qquad}$ ・・・・・①

二等辺三角形の頂角の $\boxed{\qquad}$ は，底辺を垂直に2等分するから，

BD＝ $\boxed{\qquad}$ ・・・・・②

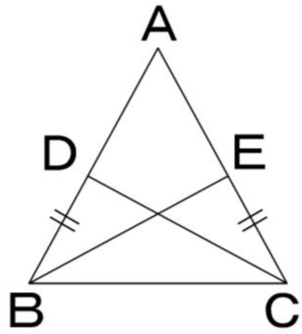
$\boxed{\qquad}$ ＝ $\boxed{\qquad}$ ＝90° ・・・・・③

①，②，③から， $\boxed{\qquad\qquad\qquad}$ がそれぞれ等しいから，

△BDE≡ $\boxed{\qquad}$

2　二等辺三角形の性質（4）「完全証明」

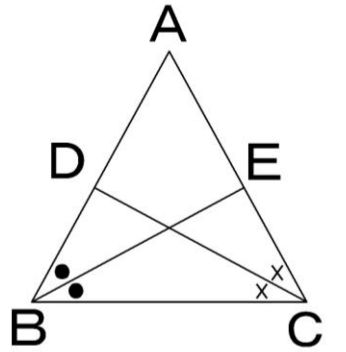
例題1　右の図で，AB＝ACである二等辺三角形ABCの２辺AB，AC上にBD＝CEとなるように２点D，Eをとる。このとき，CD＝BEであることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題1

右の図の，AB＝ACである二等辺三角形ABCで，∠B，∠Cの二等分線をひき，辺AB，ACと交わる点をそれぞれD，Eとするとき，CD＝BEであることを証明しなさい。



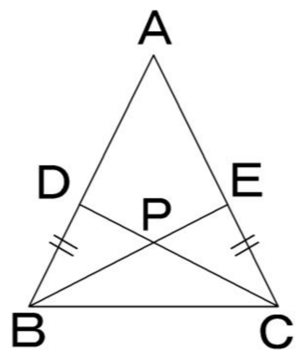
〔証明〕

3 二等辺三角形になるための条件(1)「部分証明」

攻略法１

２角が等しい三角形は二等辺三角形だ！

AB＝ACである二等辺三角形ABCで，辺AB，AC上にそれぞれ点D，Eを，BD＝CEとなるようにとる。BEとCDの交点をPとすると，△PBCは二等辺三角形である。これを次のように証明した。[　　]をうめなさい。



〔証明〕

△DBCと [　　　　] で，

仮定より，BD＝ [　　　　] ……①

共通だから，BC＝ [　　　　] ……②

二等辺三角形の底角は等しいから，∠DBC＝ [　　　　] ……③

①，②，③より，

[　　　　　　　　　　] がそれぞれ等しいから，

△DBC≡ [　　　　]

合同な三角形の対応する角は等しいから，

∠DCB＝ [　　　　]

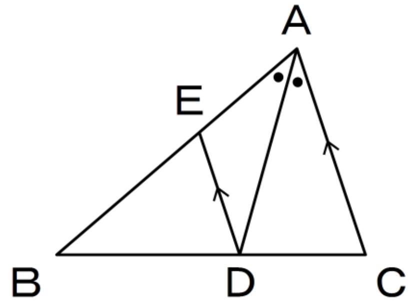
したがって，

△PBCは [　　　　] が等しいから，二等辺三角形である。

3　二等辺三角形になるための条件(2)「完全証明」

例題1　右の図で，AC//ED，ADは∠Aの二等分線である。このとき，
△AEDは二等辺三角形であることを証明しなさい。

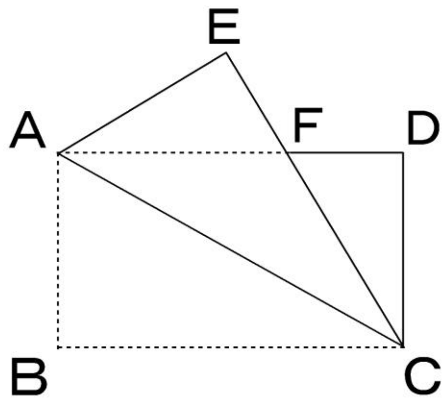
〔証明〕



実践問題1

次の図のように，長方形ABCDをACを折り目として，BがEに重なるように折る。〔△ACE≡△ACBとなる〕このとき，△FACが二等辺三角形であることを証明しなさい。

〔証明〕

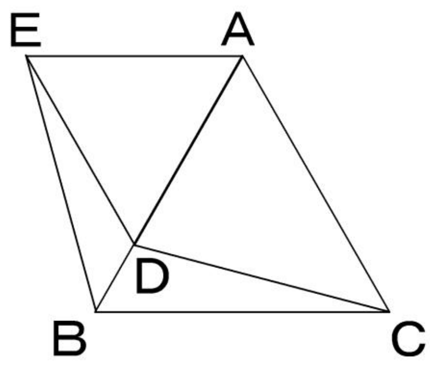


4 正三角形（1）「部分証明」

攻略法１

正三角形は３辺の長さが等しく，３つの角の大きさが等しい。（60°）

正三角形ABCで，辺AB上の点をDとし，ADを１辺とする正三角形ADEを，△ABCの外側に作ると，BE＝CDである。これを次のように証明した。
☐を埋めなさい。



〔証明〕

△BEAと△CDAにおいて，

△ABCは正三角形だから，

AB＝☐ ……①

△ADEは正三角形だから，

AE＝☐ ……②

∠BAE＝☐ ＝☐ ° ……③

①，②，③より，

☐ がそれぞれ等しいから，

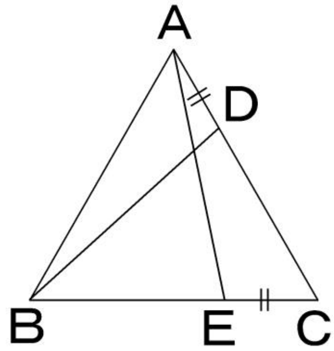
△BEA≡☐

合同な三角形の対応する辺は等しいから，

BE＝☐

4 正三角形（2）「完全証明」

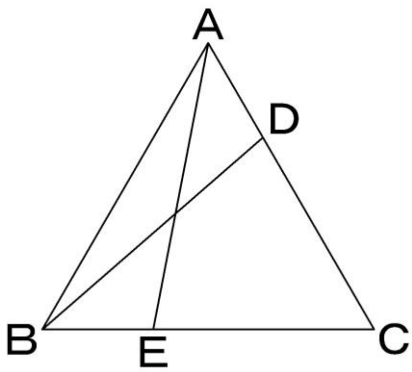
例題1　右の図で，正三角形ABCの２辺AC，BC上に，AD＝CEとなるような２点D，Eをとる。このとき，BD＝AEとなることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題1

右の図で，正三角形ABCの２辺AC，BC上に，∠ABD＝∠BAEとなるような２点D，Eをとる。このとき，BD＝AEとなることを証明しなさい。

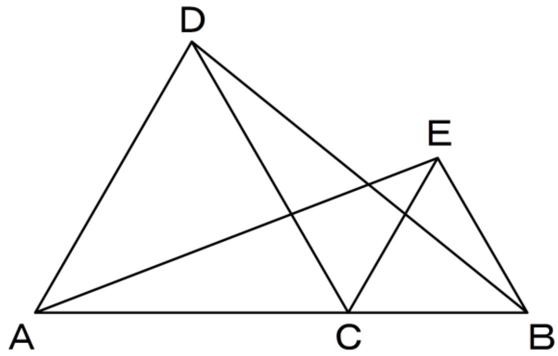


〔証明〕

4 正三角形（3）「部分証明」

攻略法２

60°＋共通角と表せる　→　対応する角の大きさが等しい。



線分AB上に点Cをとり，AC，CBをそれぞれ 1 辺とする正三角形ACD，CBEを右図のようにつくると，AE＝DBである。これを次のように証明した。$\boxed{}$を埋めなさい。

〔証明〕

△ACEと△DCBにおいて，

△ACDは正三角形だから，

AC＝$\boxed{}$ ……①

△CBEは正三角形だから，CE＝$\boxed{}$ ……②

また，正三角形の角だから，∠ACD＝$\boxed{}$ ＝60°

このとき，∠ACE＝∠ACD＋$\boxed{}$

＝60°＋$\boxed{}$ ……③

∠DCB＝∠BCE＋$\boxed{}$

＝60°＋$\boxed{}$ ……④

③，④より，　∠ACE＝$\boxed{}$ ……⑤

①，②，⑤より，

$\boxed{}$ がそれぞれ等しいから，

△ACE≡$\boxed{}$

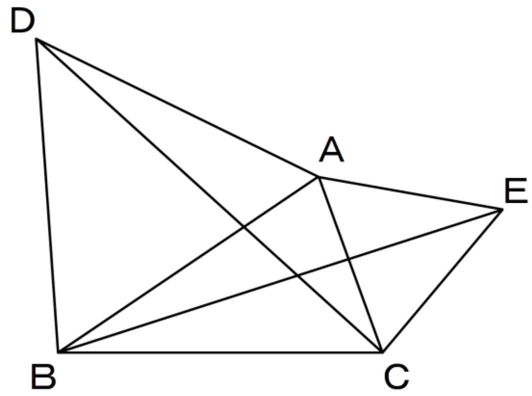
合同な三角形の対応する辺は等しいから，

AE＝$\boxed{}$

4　正三角形（4）「完全証明」

実践問題2

　△ABCの辺AB，ACをそれぞれ１辺とする正三角形ABD，ACEを右図のようにつくる。このとき，BE＝DCとなることを証明しなさい。



〔証明〕

5　直角三角形の合同（1）

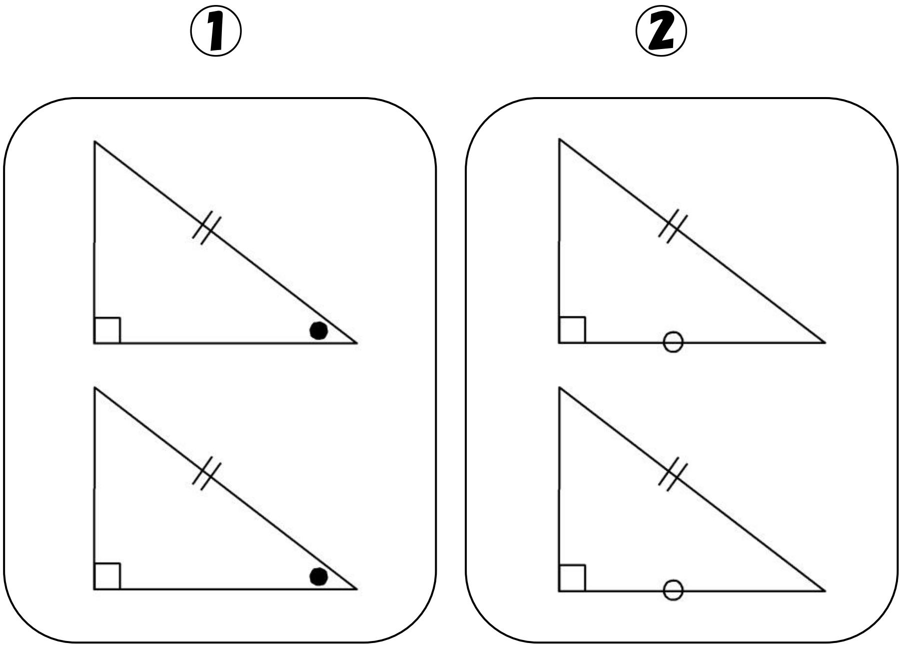
攻略法１

★　まず，合同条件をきちんと暗記しよう！

直角三角形の合同条件

①　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい。

②　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。



攻略法２

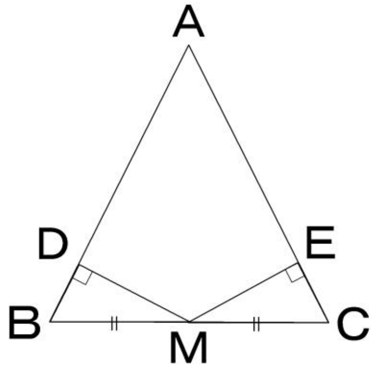
①　直角三角形の合同を示すときは，まず「斜辺」が等しいかどうか確かめるとよい。斜辺が等しくない場合は，普通の三角形の合同条件を使う。

②　合同条件を書くとき「直角三角形」の言葉を絶対に忘れるな！

5 直角三角形の合同(2)「部分証明」

実践問題1

AB＝ACである二等辺三角形ABCで，辺BCの中点Mから，辺AB，ACにそれぞれ垂線MD，MEをひくと，MD＝MEである。これを次のように証明した。□をうめなさい。



〔証明〕

△MDBと □ で，

仮定より，∠BDM＝ □ ＝90°……①

仮定より，BM＝ □ ……②

二等辺三角形の底角は等しいから，∠DBM＝ □ ……③

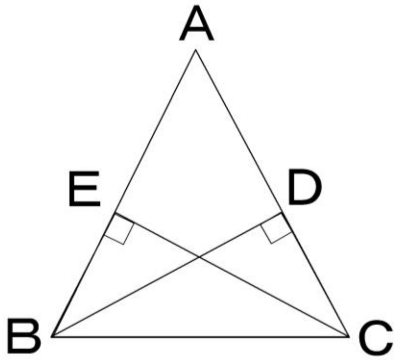
①，②，③より，直角三角形の □ がそれぞれ等しいから，

△MDB≡ □

合同な三角形の対応する辺は等しいから，MD＝ME

実践問題2

△ABCの頂点B，Cから辺AC，ABに垂線をひき，交点をそれぞれD，Eとする。BD＝CEならば，△ABCは二等辺三角形である。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△DBCと □ で，

仮定より，∠BDC＝ □ ＝90°……①

共通だから，BC＝ □ ……②

仮定より，BD＝ □ ……③

①，②，③から，

□ 三角形の □ がそれぞれ等しいから，

△DBC≡ □

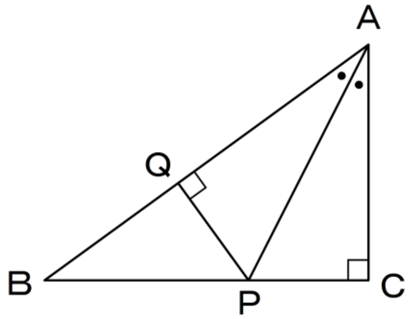
合同な三角形の対応する角は等しいから，∠DCB＝ □

したがって， □ が等しいから，△ABCは二等辺三角形である。

5 直角三角形の合同（3）「部分証明」

実践問題3

∠C＝90°である直角三角形ABCで，∠Aの二等分線と辺BCとの交点をPとする。Pから辺ABに垂線をひき，交点をQとすると，QP＝CPである。これを次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△QPAと □ において，

仮定より，□ ＝ □ ＝90°・・・・・①

共通だから，AP＝ □ ・・・・・②

仮定より，∠QAP＝ □ ・・・・・③

①，②，③より，

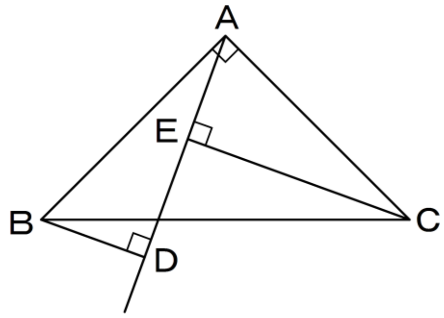
□ の □ がそれぞれ等しいから，

△QPA≡ □

合同な三角形の対応する □ は等しいから，QP＝CP

実践問題4

∠A＝90°である直角二等辺三角形ABCで，頂点Aを通る直線に，頂点B，Cから垂線をひき，交点をそれぞれD，Eとすると，BD＝AEである。これを右の図について，次のように証明した。□にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△BDAと □ において，

仮定より，∠ADB＝ □ ＝90°・・・・・①

仮定より，AB＝ □ ・・・・・②

∠BAC＝90°だから，∠BAD＝90°－∠EAC・・・・・③

△CAEで∠CEA＝90°だから，∠ACE＝90°－ □ ・・・・・④

③，④から，∠BAD＝ □ ・・・・・⑤

①，②，⑤から，

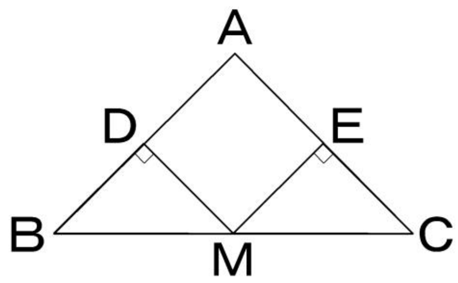
□ の □ がそれぞれ等しいから，

△BDA≡ □

合同な三角形の対応する辺は等しいから，BD＝ □

5 直角三角形の合同（4）「完全証明」

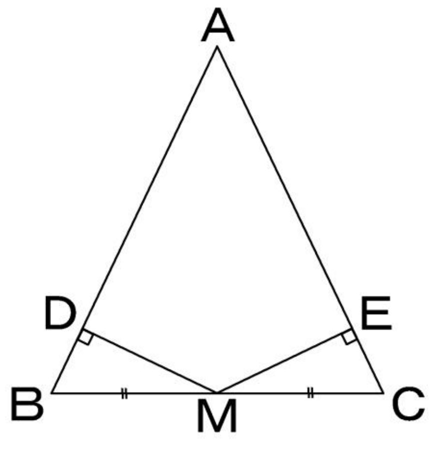
例題1　右の図で，△ABCの辺BCの中点Mから，辺AB，ACに垂線をひき，その交点をそれぞれD，Eとする。このとき，MD＝MEならば，△ABCは二等辺三角形であることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題1

右の図で点Mは△ABCの辺BCの中点であり，点D，Eは，それぞれ点Mから辺AB，ACにひいた垂線とAB，ACとの交点である。このとき，∠BMD＝∠CMEならば，△ABCは二等辺三角形であることを証明しなさい。

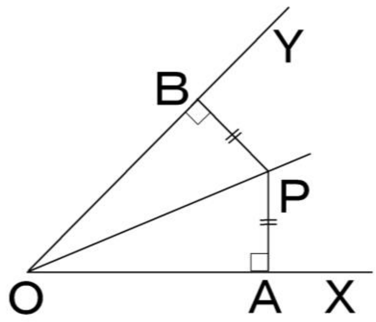


〔証明〕

5 直角三角形の合同（5）「完全証明」

※　点と線分の距離が等しい ⇨ ①垂直 ②線分の長さが等しい

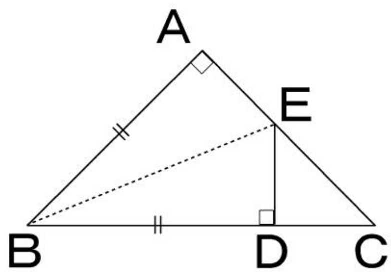
例題2　角の2辺からの距離が等しい点は，その角の二等分線上にあることを，右の図を使って証明しなさい。



〔証明〕

実践問題2　※　直角二等辺三角形の底角は 45°

∠A＝90°である直角二等辺三角形ABCで，底辺BC上に点DをBA＝BDとなるようにとる。また，点Dを通り辺BCに垂直な直線をひき，ACとの交点をEとする。このとき，AE＝DE＝DCであることを証明しなさい。

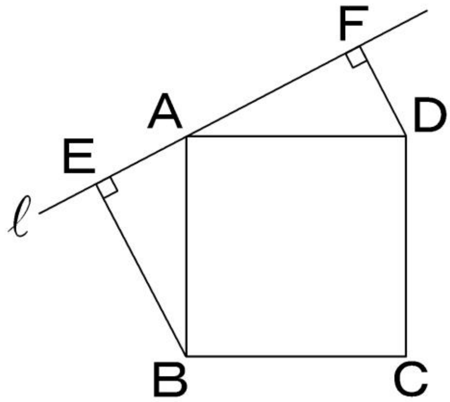


〔証明〕

5 直角三角形の合同（6）「完全証明」

※　90° －共通角と表せる　⇨　対応する角の大きさが等しい。

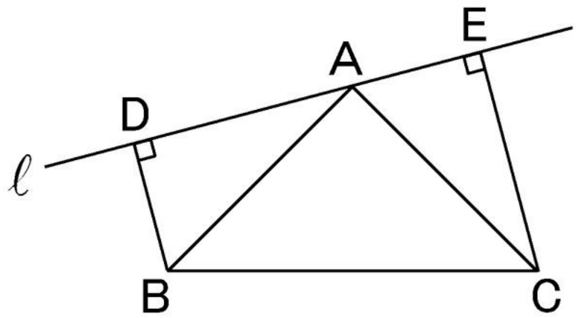
例題3　右の図のように，正方形ABCDの頂点Aを通る直線ℓに，B，Dから垂線をひき，その交点をE，Fとする。このとき，AE＝DFであることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題3

右の図のように，直角二等辺三角形ABCの頂点Aを通る直線ℓに，B，Cから垂線をひき，その交点をD，Eとする。このとき，AD＝CEであることを証明しなさい。

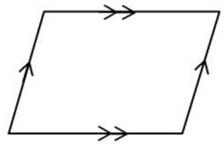
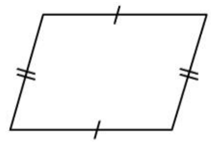
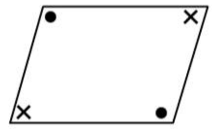
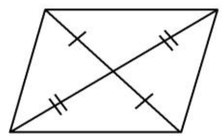


〔証明〕

6　平行四辺形の性質（1）「部分証明」

攻略法１

★　*平行四辺形の定義・性質をきちんと覚えよう！*

定 義	２組の対辺がそれぞれ平行	
性 質	①　２組の対辺はそれぞれ等しい	
	②　２組の対角はそれぞれ等しい	
	③　２つの対角線はそれぞれの中点で交わる	

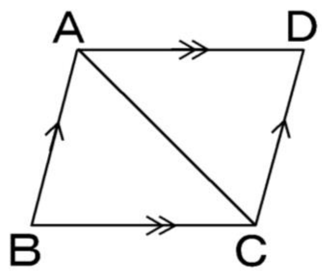
攻略法２

平行四辺形は平行線の組み合わせだということも忘れるな！

※　性質はすべて定義から導きだされる。要するに性質は定義の子供だ！

定義　→　性質1の証明

「2組の対辺はそれぞれ等しい」を次の□をうめて証明しなさい。



〔仮定〕 AB//DC, BC//AD　　　〔結論〕 AB＝CD, BC＝DA

〔証明〕 対角線ACをひく。

△ABCと□で,

平行線の錯角は等しいから, ∠BAC＝□ ・・・

∠ACB＝□ ・・・・②

共通な辺だから, AC＝□ ・・・・・③

①, ②, ③から, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから,

△ABC≡□

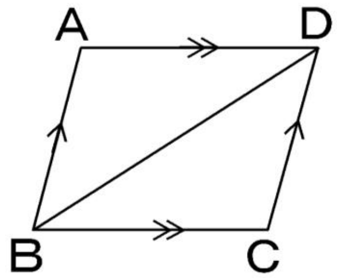
合同な三角形の対応する辺は等しいから, AB＝□ , BC＝□

したがって, 平行四辺形の□はそれぞれ等しい。

6 平行四辺形の性質（2）「部分証明」

定義 → 性質2の証明　●他のやり方もある。

方法①



定理「平行四辺形の２組の対角はそれぞれ等しい」を，次の［　　］をうめて証明しなさい。

〔仮定〕 AB//DC，BC//AD　〔結論〕 ∠A＝∠C，∠B＝∠D

〔証明〕 対角線BDをひく。

△ABDと△CDBで，

平行線の錯角は等しいから，∠ADB＝［　　］……①

∠ABD＝［　　］……②

共通な辺だから，BD＝［　　］……③

①，②，③から，１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABD≡［　　］

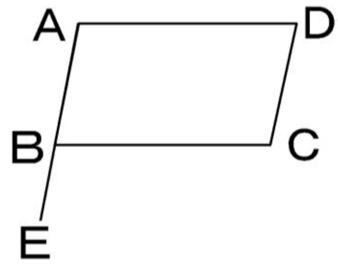
合同な三角形の対応する角は等しいから，∠A＝∠C……④

次に対角線ACをひき，同様にして∠B＝∠D……⑤

④，⑤より，平行四辺形の［　　］はそれぞれ等しい。

方法②

▱ABCDで，∠A＝∠C，∠B＝∠Dであることを次のように証明した。
［　　］にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕 ▱ABCDの辺ABを延長して点Eをとる。

平行線の同位角は等しいから，AD//BCから，

∠A＝［　　］……①

平行線の錯角は等しいから，AB//DCから，［　　］＝∠C……②

①，②より，∠A＝［　　］……③

同様にして，［　　］＝［　　］……④

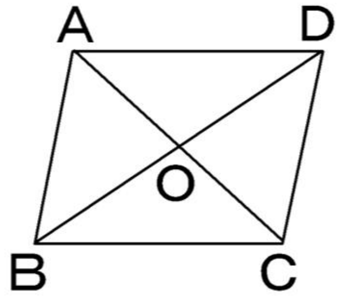
③，④より，

平行四辺形の［　　］はそれぞれ等しい。

6　平行四辺形の性質（3）「部分証明」

定義 → 性質3の証明

▱ABCDで，対角線の交点をOとするとき，OA＝OC，OB＝ODであることを次のように証明した。$\boxed{\quad}$にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

△ABCと△CDAにおいて，

平行線の錯角は等しいから，

AB//CDより，∠BAC＝ $\boxed{\qquad}$ ……①

BC//ADより，∠BCA＝ $\boxed{\qquad}$ ……②

共通だから，AC＝ $\boxed{\qquad}$ ……③

①，②，③より，

１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABC≡ $\boxed{\qquad}$

したがって，AB＝ $\boxed{\qquad}$ ……④

また，△ABOと△CDOで，平行線の錯角は等しいから，

AB//DCから，∠ABO＝ $\boxed{\qquad}$ ……⑤

∠BAO＝ $\boxed{\qquad}$ ……⑥

④，⑤，⑥より，

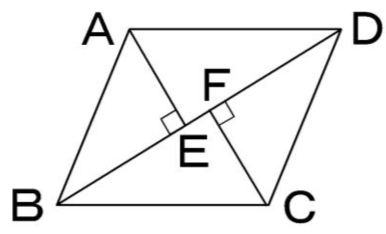
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABO≡ $\boxed{\qquad}$

したがって，OA＝OC，OB＝ODとなる。

6 平行四辺形の性質（4）「部分証明」

例題1　右の図のように，▱ABCDの頂点A，Cから対角線BDに垂線AE，CFをひいたとき，AE＝CFとなることを証明しなさい。



〔証明〕

△ABEと△CDFにおいて，

仮定より，∠AEB＝［　　　］＝90°　・・・・・①

AB//CDより，錯角は等しいから，∠ABE＝［　　　］　・・・・・②

［　　　　　　　　］は等しいから，

AB＝［　　　］　・・・・・③

①，②，③より，

［　　　　　　　　］がそれぞれ等しいから，

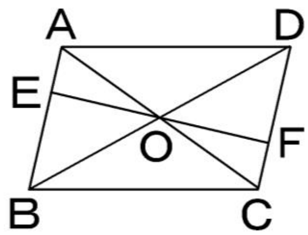
△ABE≡［　　　］

合同な三角形の対応する［　　　］は等しいから，

AE＝［　　　］

実践問題1

▱ABCDで，対角線の交点Oを通る直線が辺AB，DCと交わる点をそれぞれE，Fとすると，AE＝CFである。これを証明しなさい。



〔証明〕

△AOEと△COFにおいて，

平行四辺形の［　　　　　　　　］から，

AO＝［　　　］　・・・・・①

［　　　］は等しいから，∠AOE＝［　　　］　・・・・・②

AB//DCから，［　　　］は等しいから，∠EAO＝［　　　］　・・・・・③

①，②，③より，［　　　　　　　　］がそれぞれ等しいから，

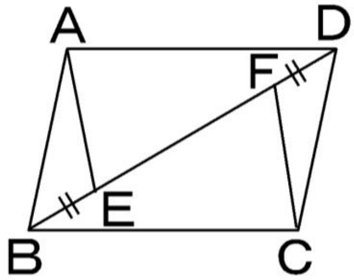
△AOE≡［　　　］

合同な三角形の対応する［　　　］は等しいから，AE＝［　　　］となる。

6 平行四辺形の性質(5)「完全証明」

実践問題2

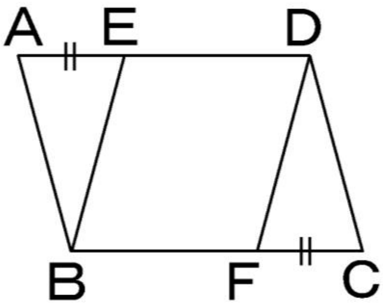
右の図のように，▱ABCDの対角線BD上に，BE＝DFとなるような点E，Fをとるとき，AE＝CFであることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題3

▱ABCDで辺AD，BC上に，それぞれ点E，FをAE＝CFとなるようにとると，BE＝DFであることを証明しなさい。

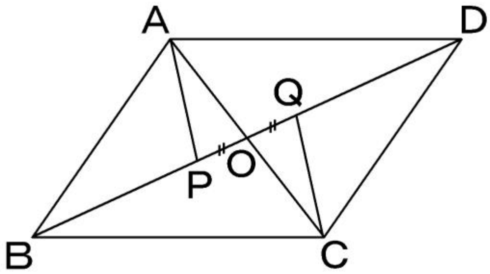


〔証明〕

6 平行四辺形の性質(6)「完全証明」

実践問題4

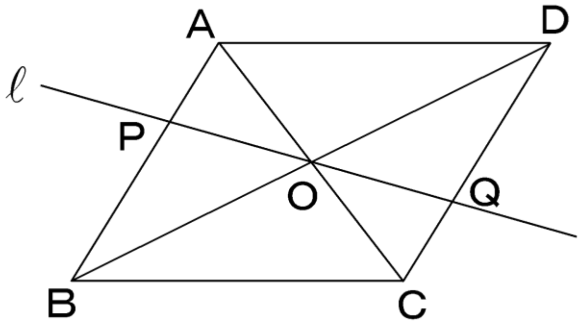
右の図のように，▱ABCDの対角線BD上に，OP＝OQとなるように2点P，Qをとるとき，AP＝CQであることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題5

右の図のように，▱ABCDの対角線の交点Oを通る直線 ℓ をひき，辺AB，CDとの交点をP，Qとするとき，OP＝OQであることを証明しなさい。



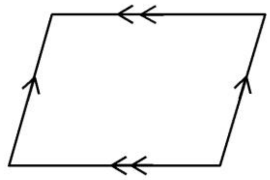
〔証明〕

7 平行四辺形になるための条件(1)

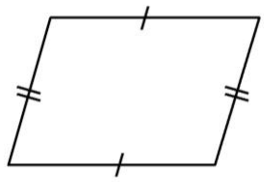
攻略法1

★ *四角形は次のどれかが成り立つとき平行四辺形である。*

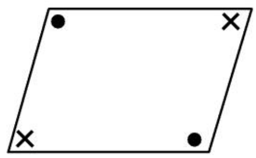
① ２組の対辺がそれぞれ平行である。・・・定義



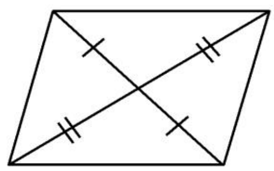
② ２組の対辺がそれぞれ等しい。



③ ２組の対角がそれぞれ等しい。

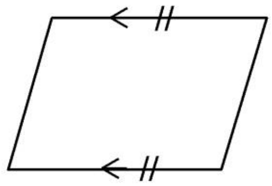


④ ２つの対角線がそれぞれの中点で交わる。



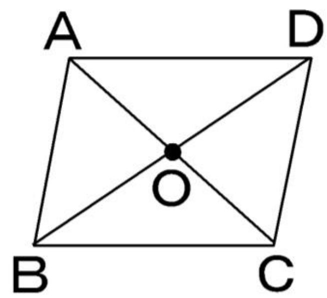
⑤ １組の対辺が平行で長さが等しい。・・・新顔

性質に含まれないのはこれだけ！



7 平行四辺形になるための条件（2）「部分証明」

例題1　右の図で，△AOB≡△CODならば，四角形ABCDは平行四辺形になることを，次の[　　]をうめて証明しなさい。



〔証明〕

△AOB≡△CODだから，

AO＝[　　　　]

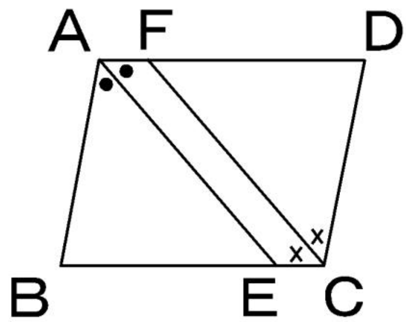
BO＝[　　　　]

[　　　　]がそれぞれの[　　　　]で交わるから，

四角形ABCDは平行四辺形である。

実践問題1

▱ABCDで，∠A，∠Cの二等分線と辺BC，ADとの交点をそれぞれE，Fとすると，四角形AECFは平行四辺形である。これを次のように証明した。[　　]にあてはまるものを入れなさい。



〔証明〕

四角形AECFで，

平行四辺形の性質より，AF//[　　　　]　・・・・・①

仮定より，∠FAE＝$\frac{1}{2}$∠BAD・・・・・②

仮定より，∠FCE＝$\frac{1}{2}$[　　　　]　・・・・・③

平行四辺形の[　　　　]は等しいから，∠BAD＝[　　　　]　・・・・・④

②，③，④から，∠FAE＝[　　　　]　・・・・・⑤

平行線の錯角は等しいから，∠FAE＝[　　　　]　・・・・・⑥

⑤，⑥から，∠FCE＝[　　　　]

[　　　　]角が等しいから，AE//[　　　　]　・・・・・⑦

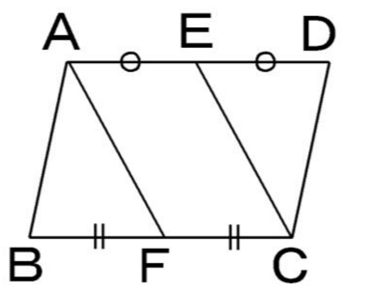
①，⑦から，[　　　　　　　　　　]だから，

四角形AECFは平行四辺形である。

7　平行四辺形になるための条件（3）「完全証明」

実践問題2

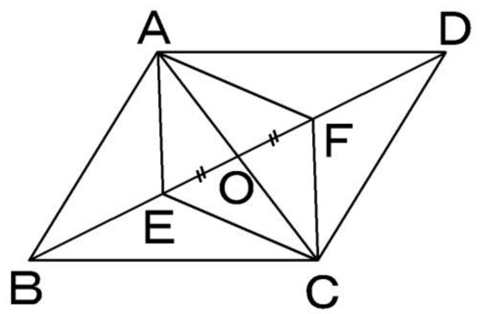
▱ABCDで，辺AD，BCの中点をそれぞれE，Fとすると，四角形AFCEは平行四辺形である。これを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題3

▱ ABCDで，対角線の交点をOとし，対角線BD上にOE＝OFとなる2点E，Fをとるとき，四角形AECFは平行四辺形である。これを証明しなさい。

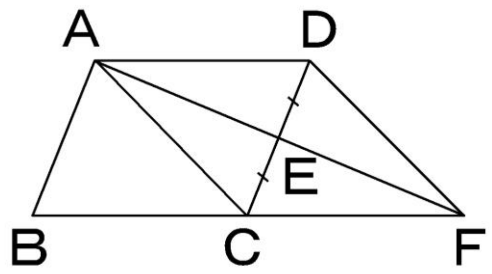


〔証明〕

7 平行四辺形になるための条件（4）「完全証明」

実践問題4

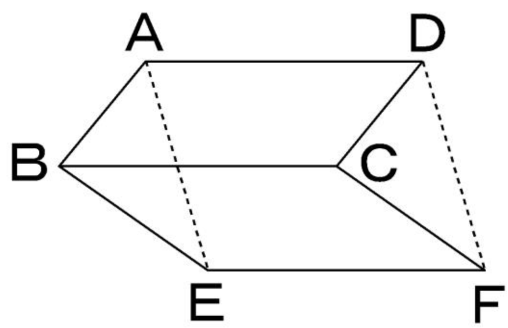
□ABCDで，辺DCの中点をEとする。AEの延長とBCの延長との交点をFとすると，四角形ACFDは平行四辺形である。これを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題5

四角形ABCD，BEFCはともに平行四辺形である。四角形AEFDも平行四辺形であることを証明しなさい。



〔証明〕

8　特別な平行四辺形（1）

攻略法１

★　***四角形**が長方形・ひし形・正方形になるためには定義が満たされればよい。*

定 義

1．長方形・・・４つの角が等しい四角形
2．ひし形・・・４つの辺が等しい四角形
3．正方形・・・４つの辺が等しく，４つの角が等しい四角形

攻略法２

★　***平行四辺形**が長方形・ひし形・正方形になるためには以下の条件のうち１つが満たされればよい。（正方形は２つ）*

1．長方形・・・①　対角線の長さが等しい
②　となり合う角が等しい（１つの角が直角）
2．ひし形・・・③　対角線が垂直に交わる（直交する）
④　となり合う辺が等しい
3．正方形・・・①，②のうち１つと③，④のうち１つ

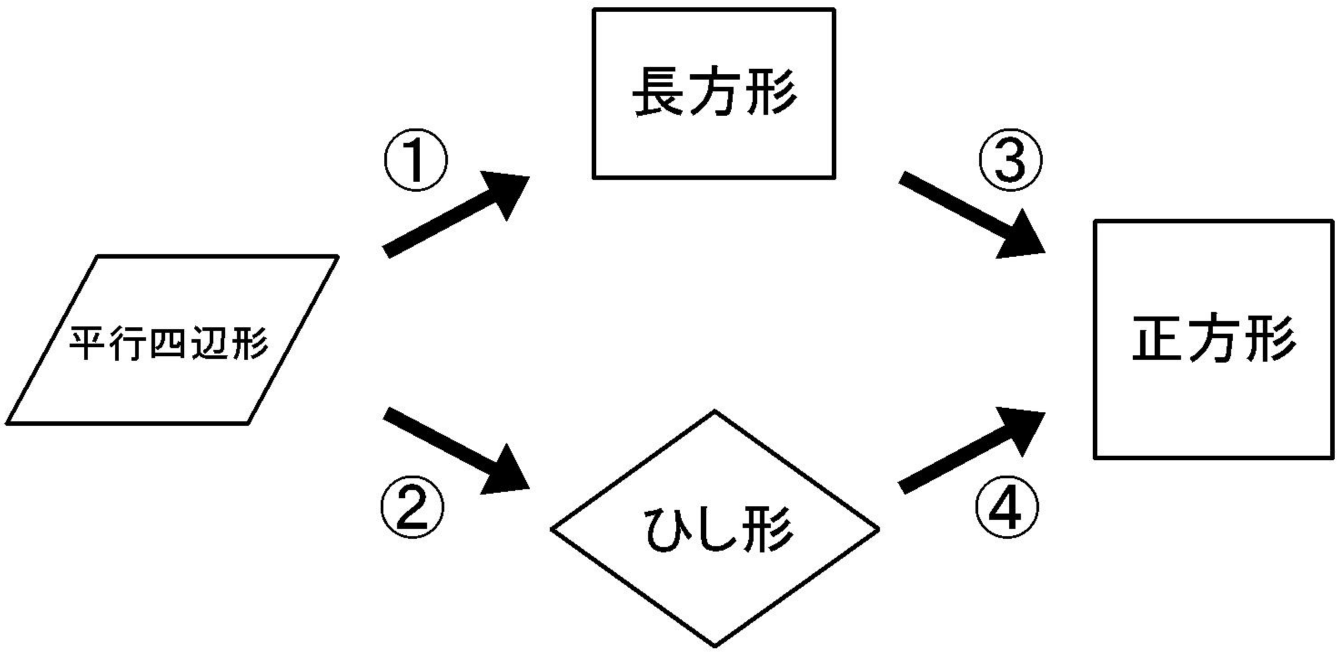
攻略法３

長方形・ひし形・正方形は平行四辺形だから，平行四辺形の性質も使える！

8　特別な平行四辺形（2）

実践問題

下図は，平行四辺形に条件を加えて，特別な四角形にしていくようすを示したものである。①～④にあてはまるものを，次のア～エから 2 つずつ選び，記号で答えなさい。



ア　となり合う辺が等しい。　　イ　となり合う角が等しい。

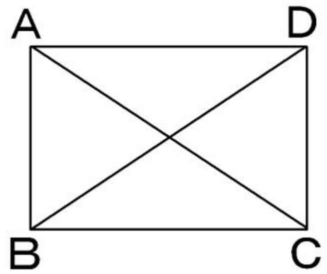
ウ　対角線の長さが等しい。　　エ　対角線が垂直に交わる。

答　①　　　　②

　　③　　　　④

8　特別な平行四辺形（3）「部分証明」

例題1　「長方形の対角線は等しい。」このことを，右の図の長方形ABCDで証明しなさい。



〔証明〕

△ＡＢＣと△ＤＣＢにおいて，

平行四辺形の対辺は等しいから，ＡＢ＝　　　　　・・

共通だから，ＢＣ＝　　　　　・・・・・②

長方形の定義より，∠ＡＢＣ＝　　　　　＝90°・・・・・③

①，②，③より，

　　　　　がそれぞれ等しいから，

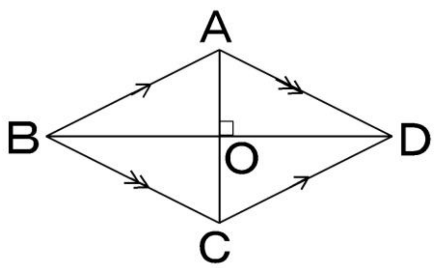
△ＡＢＣ≡△ＤＣＢ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，ＡＣ＝

したがって，長方形の対角線は等しい。

実践問題１

「対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形である。」このことを証明なさい。



〔証明〕

△ＡＢＯと△ＡＤＯにおいて，

平行四辺形の　　　　　は，それぞれの　　　　　で交わるから，

ＢＯ＝　　　　　・・・・・①

共通だから，ＡＯ＝　　　　　・・・・・②

仮定より，∠ＡＯＢ＝　　　　　＝90°・・・・・③

①,②,③より,　　　　　がそれぞれ等しいから,

△ＡＢＯ≡△ＡＤＯ

合同な三角形の対応する辺は等しいから，ＡＢ＝　　　　　・・・・・④

また，平行四辺形の　　　　　は等しいから，ＡＢ＝　　　　　・・・・・⑤

ＢＣ＝　　　　　・・・・・⑥

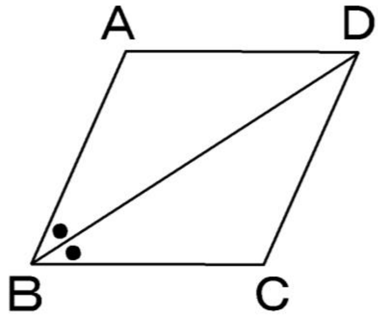
④，⑤，⑥より，ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＤ＝ＤＡとなり，四辺が等しいから，ひし形となる。

したがって，対角線が　　　　　に交わる　　　　　はひし形である。

8　特別な平行四辺形（4）「完全証明」

実践問題２

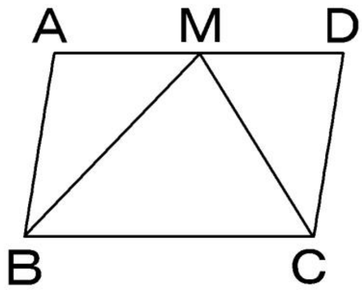
次の▱ＡＢＣＤで，対角線ＢＤが，∠ＡＢＣを２等分するとき，この
▱ＡＢＣＤは，ひし形になることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題３　　※　平行四辺形のとなり合う角の和は 180°となる。

▱ＡＢＣＤの辺ＡＤの中点をＭとするとき，ＭＢ＝ＭＣならば，
▱ＡＢＣＤは長方形になることを証明しなさい。

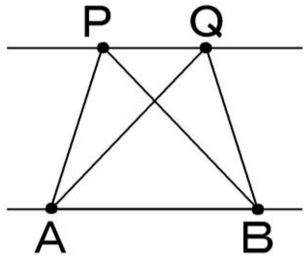


〔証明〕

9　平行線と面積（1）「部分証明」

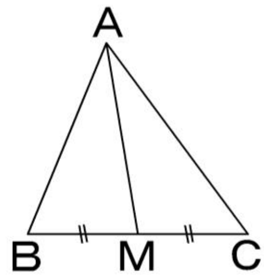
攻略法１

直線上の２点Ａ，Ｂと同じ側にある２点Ｐ，Ｑについて，ＰＱ//ＡＢならば，△ＰＡＢ＝△ＱＡＢとなる。（面積が等しい）



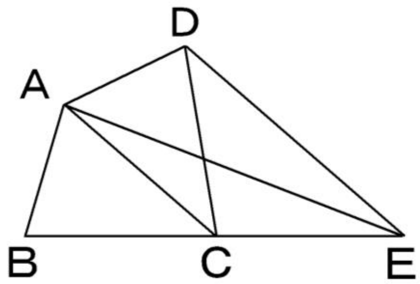
攻略法２

△ＡＢＭと△ＡＣＭの面積は等しい。



※　**攻略法１**，**攻略法２**の２つの三角形は，
ともに底辺・高さが等しくなる。

例題１　四角形ABCDで，点Dを通り，対角線ACと平行な直線をひき，辺BCの延長との交点をEとすると，△ABEの面積が四角形ABCDの面積と等しくなる。そのわけを証明しなさい。



※注意
＝（イコール）は面積が等しいことを表す。

〔証明〕

DE// [　　　] だから，

△EAC＝ [　　　] ……①

また，△ABE＝△ABC＋ [　　　] ……②

四角形ABCD＝△ABC＋ [　　　] ……③

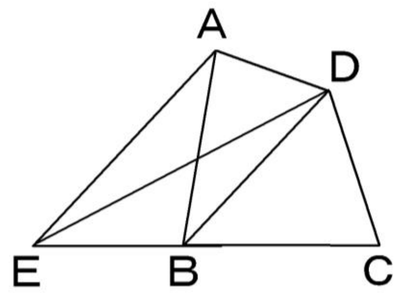
①，②，③より，

△ABE＝四角形ABCD

9　平行線と面積 (2) 「完全証明」

実践問題1

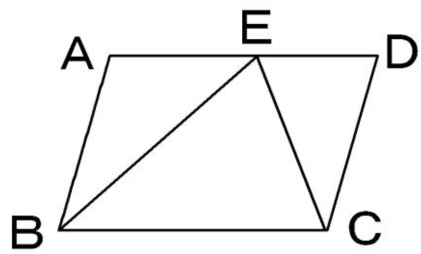
右の図で，AE//DBならば，四角形ABCD＝△DECであることを証明しなさい。



〔証明〕

実践問題2

▱ABCDで，点Eが辺AD上にあるとき，△BEC＝$\frac{1}{2}$ ▱ABCDとなることを証明しなさい。



〔証明〕

覚えておこう!!

平行四辺形は対角線の中点（交点）を通る直線で面積が二等分される。したがって，対角線で平行四辺形の面積は必ず二等分される。